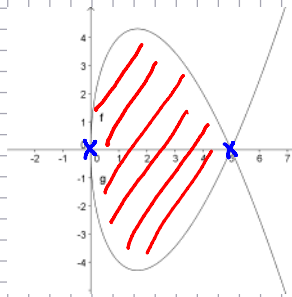


Eine Zwiebel kann durch die Rotation der Kurve  $k$  um die  $x$ -Achse dargestellt werden. Wie groß ist das "Zwiebelvolumen"?

$$k: y = (5 - x) \cdot \sqrt{x}$$



$$V = \pi \cdot \int_{UG}^{OG} y^2 \cdot dx$$

⑥ Grenzen = Nullstellen

$$(5-x) \cdot \sqrt{x} = 0$$

$$5-x = 0 \quad \text{oder} \quad \sqrt{x} = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 0$$

$$N_1(5|0)$$

$$N_2(0|0)$$

$$y^2 = (5-x)^2 \cdot \sqrt{x}^2$$

$$V_x = \pi \cdot \int_0^5 (5-x)^2 \cdot x \cdot dx \quad \text{mit fkt } (5-x)^2 \cdot x, x, 0, 5$$

$$= \pi \cdot \int_0^5 (25 - 10x + x^2) \cdot x \cdot dx = \pi \cdot \int_0^5 25x - 10x^2 + x^3 \cdot dx$$

$$= \pi \cdot \left( 25 \frac{x^2}{2} - 10 \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^5$$

$$= \pi \cdot \left( 25 \cdot \frac{5^2}{2} - 10 \cdot \frac{5^3}{3} + \frac{5^4}{4} - 0 \right) = \pi \cdot 52,083 \text{ E}^3$$

$$= 163,62 \text{ E}^3$$

Berechnen Sie das Volumen des Drehkörpers, der durch Rotation des Flächenstücks, das von den Funktionen f und g begrenzt wird, um die x- bzw. y-Achse entsteht und berechnen Sie das Verhältnis der Volumina:

a)  $f(x) = \sqrt{8x}$        $g(x) = \frac{2x+8}{3}$

b)  $f: 9x^2 + 16y^2 = 144$        $g: 3x + 4y = 12$

c)  $f: x^2 + y^2 = 25$        $g: y^2 = \frac{16}{3}x$

d)  $f: y^2 = 16(x-4)$        $g: y^2 = 8x$

e)  $f: 3x^2 + 4y^2 = 12$        $g: y^2 = \frac{9}{4}x$

Schnittpunkte

$$3x^2 + 4 \cdot \frac{9}{4}x = 12$$

$$3x^2 + 9x - 12 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\hookrightarrow \boxed{x_1 = -4} \Rightarrow y_1 = \frac{9}{4}x_1 = -9$$

$$\hookrightarrow \boxed{x_2 = 1} \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$$

Nullstellen

$$3x^2 + 4 \cdot 0^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

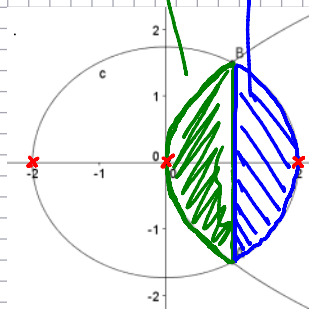
$$x = \pm 2$$

$$y^2 = \frac{9}{4} \cdot (-4)$$

$$y^2 = -9$$

$y^2 = \frac{9}{4}x$        $3x^2 + 4y^2 = 12$

$\Rightarrow S(1 | \frac{3}{2})$        $R(1 | -\frac{3}{2})$



$$V_x = \pi \cdot \int y^2 \cdot dx$$

$$V_x = \pi \cdot \int_0^1 \frac{9}{4}x \cdot dx + \pi \cdot \int_1^2 \frac{12-3x^2}{4} \cdot dx$$

$$= \pi \cdot \int_0^1 \frac{9}{4}x \cdot dx +$$

$$\pi \cdot \int_1^2 \frac{12-3x^2}{4} \cdot dx$$

$$= \pi \cdot 1,125 + \pi \cdot 1,25 = \underline{\underline{2,275 \pi \text{ E}^3}}$$

# Rotationskörper (2)

Donnerstag, 22. April 2010  
18:40

$$V_y = \pi \cdot \int x^2 \cdot dy$$

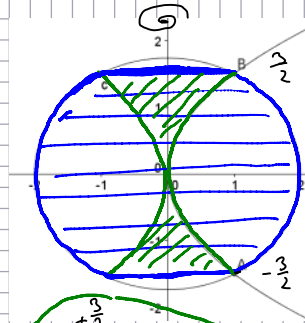
$$3x^2 + 4y^2 = 12$$

$$3x^2 = 12 - 4y^2$$

$$x^2 = \frac{12 - 4y^2}{3}$$

$$V_y = \pi \cdot \int_{-\frac{3}{2}}^{+\frac{3}{2}} \frac{12 - 4y^2}{3} \cdot dy$$

$$- \pi \cdot \int_{-\frac{3}{2}}^{+\frac{3}{2}} \frac{16y^4}{81} \cdot dy$$



$$y^2 = \frac{9}{4} x$$

$$4y^2 = 9x$$

$$\frac{4y^2}{9} = x$$

$$\frac{16y^4}{81} = x^2$$

$$V_y = \pi \cdot 9$$

$$- \pi \cdot 0,6 = 8,4 \cdot \pi \text{ E}^3$$

$$V_x : V_y$$

$$2,275 \cancel{\pi} : 8,4 \cdot \cancel{\pi} \quad / : 2,275$$

$$1 : 3,69 \dots$$

# Beispiel

Donnerstag, 22. April 2010

18:00



Die Form eines Blechstücles wird über zwei Polynomfunktionen ermittelt:

$$f: f(x) = 0,125x^4 - 1,5x^3 + 6x^2 - 9x + 2$$

Funktion g ist eine Funktion 3. Grades und berührt f bei  $x=2$ . g Weiteres kennt man den Punkt  $P(0|-3)$  und die Nullstelle bei  $x=-2$ .

- Stellen Sie die Funktion g auf!
- Zeichnen Sie beide Funktionen im Intervall  $[-1; 6]$
- Berechnen Sie die Fläche des Blechstücles! (x, y in dm)
- Das Blech wird aus einer Rechteckvorlage ausgeschnitten (Tangente vom  $H_0$  ist Oberkante). Bestimmen Sie die Abmessungen und den prozentuellen Verschnitt!

$$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$g''(x) = 6ax + 2b$$

$$B(2|-2)$$

$$f(2) = 0,125 \cdot 2^4 - 1,5 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 - 9 \cdot 2 + 2$$

$$\text{I: } B \in g : g(2) = -2$$

$$\text{II: } B \text{ berührt} \Rightarrow f'(2) = g'(2) \quad (\text{gleiche Steigung})$$

$$\text{III: } P \in g : g(0) = -3$$

$$\text{IV: } x = -2 \text{ Nullstelle} \Rightarrow g(-2) = 0$$

$$f'(x) = 0,5x^3 - 4,5x^2 + 12x - 9$$
$$f'(2) = 1$$

$$\text{I: } a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = -2$$

$$\text{II: } 3a \cdot 2^2 + 2b \cdot 2 + c = 1$$

$$\text{III: } a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \cdot 0 + d = -3$$

$$\text{IV: } a \cdot (-2)^3 + b \cdot (-2)^2 + c \cdot (-2) + d = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 2 & 1 \\ 12 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -8 & 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

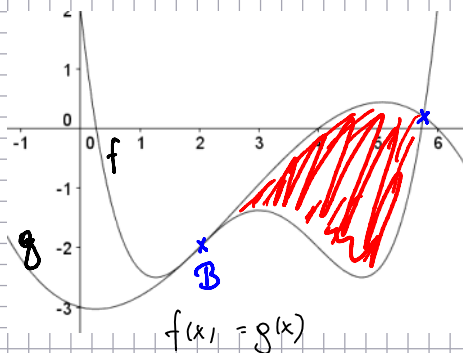
$$a = -\frac{1}{16} \quad b = +\frac{1}{2} \quad c = -\frac{1}{4} \quad d = -3$$

$$g(x) = -\frac{1}{16}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - 3$$

## Beispiel (2)

Donnerstag, 22. April 2010  
19:16

BRP Mathematik  
Mag. Kurt Söser  
2009/10



$$f(x) = g(x)$$

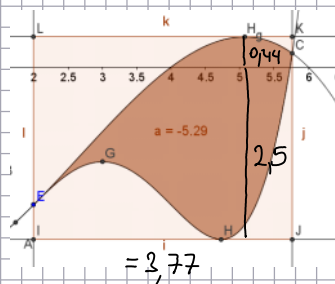
$$0,125x^4 - 1,5x^3 + 6x^2 - 9x + 2 = -\frac{1}{16}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - 3$$

$$\frac{1}{8}x^4 - \frac{23}{16}x^3 + \frac{11}{2}x^2 - \frac{35}{4}x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x_2 = 5,77$$

$$A = \left| \int_2^{5,77} f(x) - g(x) \cdot dx \right| = \left| \int_2^{5,77} \frac{1}{8}x^4 - \frac{23}{16}x^3 + \frac{11}{2}x^2 - \frac{35}{4}x + 5 \cdot dx \right|$$

$$= |-5,29| = 5,29 \text{ dm}^2$$



$$f'(x) = 0,5x^3 - 4,5x^2 + 12x - 9 = 0$$

$\Rightarrow$  MATH-SOLVER Startwert 5

$$x = 4,73 \quad y = f(4,73)$$

$$y = -2,5$$

$$g'(x) = -\frac{3}{16}x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$$

TR CALC - MAXIMUM

$$H(5,07 | 0,44)$$

$$A_{\square} = l \cdot b = (5,77 - 2) \cdot (2,5 + 0,44) = 3,77 \cdot 2,94 = 11,0838 \text{ dm}^3$$