

Das Ziegenproblem

Freitag, 30. April 2010
22:45

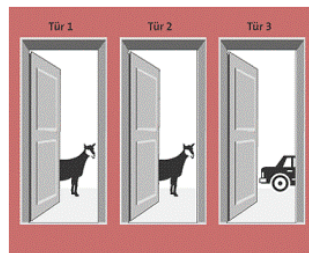
BRP Mathematik
Mag. Kurt Söser
2009/10



Das Gewinnspiel

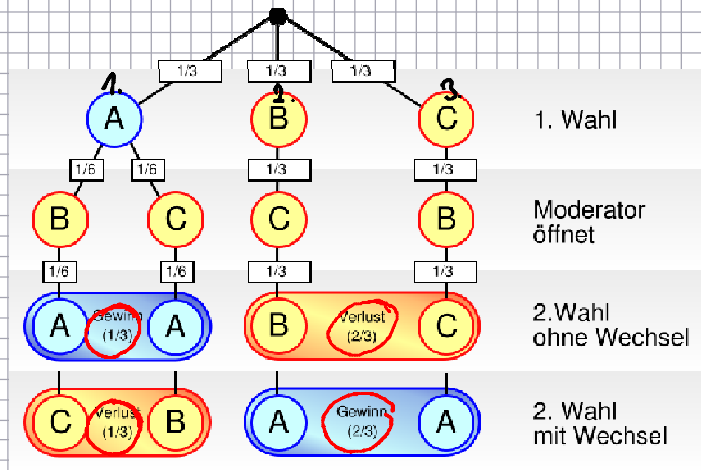
Der Moderator zeigt dem Kandidaten/der Kandidatin drei Türen: "Hinter einer der drei Türen steht der Hauptgewinn, ein Auto. Hinter den beiden anderen Türen sind Ziegen. Welche Tür wählen Sie?"

Nachdem sich der Kandidat/die Kandidatin für eine Tür entschieden hat (z. B. für Tür 1, die Tür bleibt aber geschlossen), öffnet der Moderator eine der beiden anderen Türen - mit einer Ziege (z. B. Tür 3) - und fragt: "Bleiben Sie bei Ihrer Wahl oder möchten Sie Tür 2 wählen?"



Quelle: homepage.univie.ac.at

A ... Auto



Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

Dienstag, 27. April 2010
08:11

"Baumdiagramme"

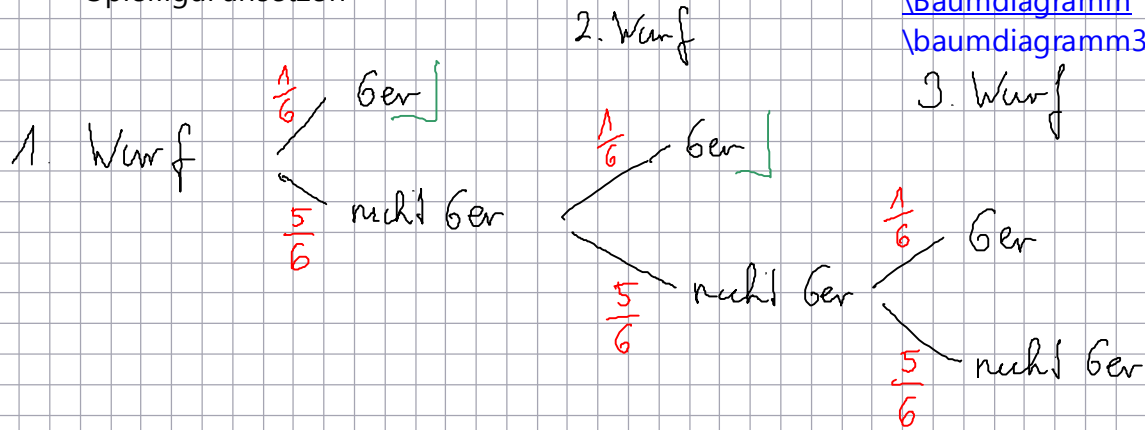
<file://C:\Users\kurtsoeser\Geogebra\GGB-Dateien\Wahrscheinlichkeit\Baumdiagramm\baumdiagramm2.ggb>

BRP Mathematik
Mag. Kurt Söser
2009/10

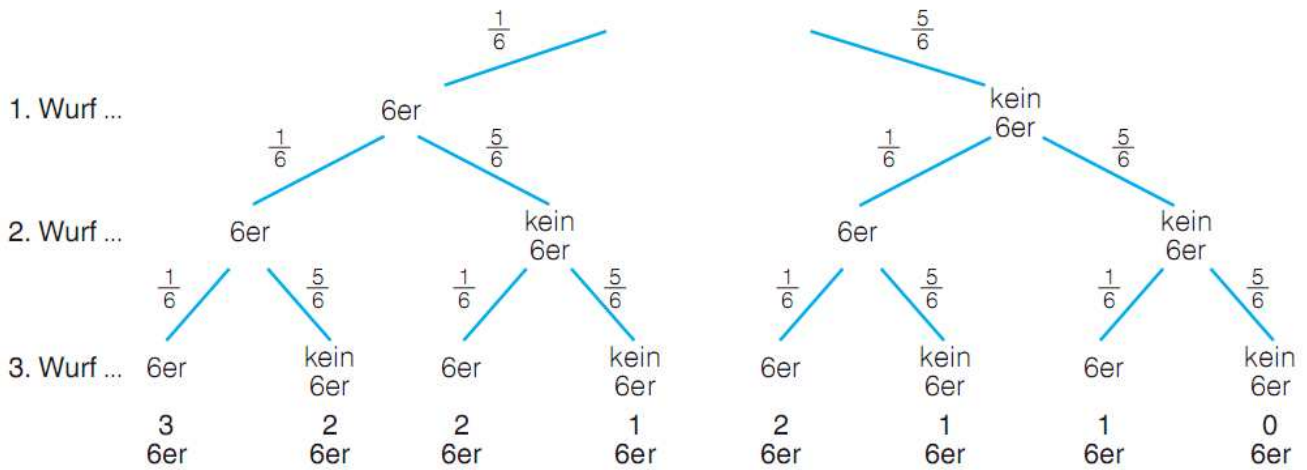


Bsp. Mensch-Ärger-Dich-Nicht:
Spielfigur ansetzen

<file://C:\Users\kurtsoeser\Geogebra\GGB-Dateien\Wahrscheinlichkeit\Baumdiagramm\baumdiagramm3.ggb>



$$\begin{aligned}
 P(\text{nicht ansetzen}) &= \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216} = \\
 &= 0,578 \\
 &= 57,8\%
 \end{aligned}$$

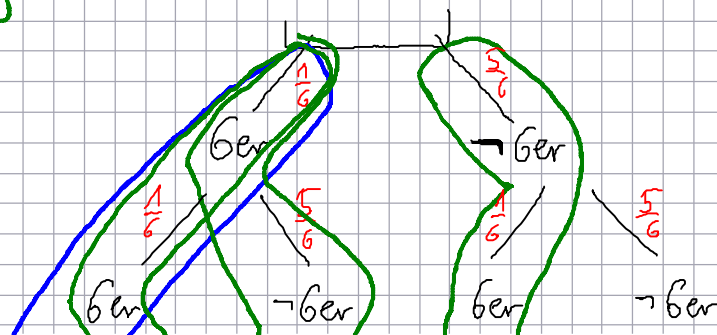


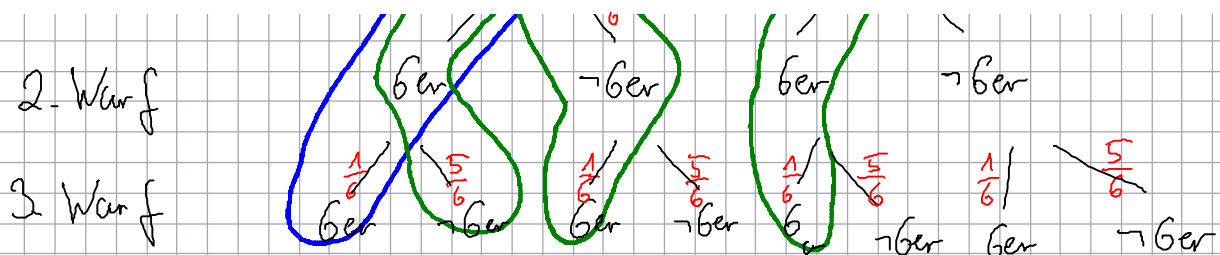
Baumdiagramm

↗ nicht

1. Wurf

2. Wurf





$$P(GGG) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

$$\begin{aligned}
 P(\text{genau 2 Ger}) &= P(GGX) + P(GXG) + P(XGG) \\
 &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \\
 &= \frac{5}{216} + \frac{5}{216} + \frac{5}{216} \\
 &= 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 \hat{=} \frac{15}{216}
 \end{aligned}$$

UND $\hat{=}$ \odot

"Gegenereignis"

Ziehen mit/ohne Zurücklegen

Donnerstag, 06. Mai 2010
06:13

BRP Mathematik
Mag. Kurt Söser
2009/10



S 11/27 Ziehen mit Zurücklegen $R^{(3)} \quad B^{(6)}$

$$a) P(RRR) = \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{27} = 0,037 = 3,7\%$$

$$b) P(\text{genau 2 Rot}) = 3 \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{9} = \frac{2}{9} = 0,222 = 22,2\%$$

$$c) P(RRB) = \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{9} = \frac{2}{27} = 0,074 = 7,4\%$$

⋮

$$e) P(\text{mind. 2 R}) = P(\text{genau 2 R}) + P(\text{genau 3 R})$$
$$\frac{2}{9} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27} =$$

$$= 0,259$$
$$25,9\%$$

Ziehen ohne Zurücklegen

$$P(RRR) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{84} = 0,012 = 1,2\%$$

$$P(2 \text{ndk}) = P(RRB) + P(RBR) + P(BRR)$$
$$\frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} + \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7}$$

$$3 \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 6}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{3}{14} = 0,214 = 21,4\%$$

Wahrscheinlichkeits- verteilungen

Montag, 26. April 2010
22:32

BRP Mathematik
Mag. Kurt Söser
2009/10



Bsp. 3x Würfeln - Anzahl der "6er"

Hypergeometrische Verteilung

Montag, 26. April 2010
22:31

BRP Mathematik
Mag. Kurt Söser
2009/10



Bsp. "Lotto 6 aus 45"

Beispiel: Berechnen Sie für das Zahlenlotto „6 aus 45“ die Gewinnwahrscheinlichkeit für:

6 Richtige

5 Richtige + Zusatzzahl

4 Richtige + eine falsche Zahl

3 Richtige + zwei falsche Zahlen

kein Gewinn

- 6 Richtige:

$$N = 45; M = 6; n = 6; k = 6$$

$$P(X = 6) = \frac{\binom{6}{6} \cdot \binom{39}{0}}{\binom{45}{6}} = \frac{1}{8\,145\,060} = 0,00000012$$

- 5 Richtige + Zusatzzahl: Aus $M = 6$ werden $k = 5$ genommen, die eine Zusatzzahl wird auch gewählt und aus den noch vorhandenen 38 Nieten wird keine gewählt.

$$P(X = 5 + ZZ) = \frac{\left[\binom{6}{5} \cdot \binom{1}{1} \right] \cdot \binom{38}{0}}{\binom{45}{6}} = \frac{6}{8\,145\,060} = 0,00000074$$

- 5 Richtige: Aus $M = 6$ werden $k = 5$ genommen, die eine Zusatzzahl wird nicht gewählt und aus den noch vorhandenen 38 Nieten wird eine gewählt.

Bsp. 2er-Schnapsen

WK für Trumpf-Sau und "40er"

↳ Bsp. Herz-Sau + Herz-König + Herz-Ober

WK, unter 5 Karten die oben genannten 3 zu erhalten

{ 3M 170M }

X: Anzahl der "markierten" Karten

$$P(X=3) = \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{17}{2}}{\binom{20}{5}} = \frac{1 \cdot 136}{15504} = 0,0087 \approx 0,87\%$$

Bsp. Pokern - Texas Hold 'Em

WK für 2 Ass

Pokerkarten
52 Karten

X: Anzahl der Assen (4 Assen)

$$P(X=2) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{48}{2}}{\binom{52}{2}} = \frac{6 \cdot 1}{1326} = 0,0045 \approx 0,45\%$$

mit ZL

Bsp.:

S. 11/51 Bsp. 2

$$p = 30\% = 0,3$$

$$q = 0,7$$

 $n = 25$ Kandidaten

X... Anzahl der aufgenommenen Kandidaten

$$P(X=6) = \binom{25}{6} \cdot 0,3^6 \cdot 0,7^{19} = 0,1472 \approx 14,7\%$$

$$P(8 \leq X \leq 11) = P(X=8) + P(X=9) + P(X=10) + P(X=11)$$

$$\binom{25}{8} \cdot 0,3^8 \cdot 0,7^{17} + \binom{25}{9} \cdot 0,3^9 \cdot 0,7^{16} + \dots$$

$$0,16508 + 0,13364 + \dots =$$

$$0,44391 \approx 44,4\%$$

Erwartungswert $E(x) = \mu = n \cdot p$

\uparrow \uparrow
 „Mü“ $1-p$

b) $E(x) = 15 \cdot 0,08 = 1,2$

c) Standardabweichung $\sigma = n \cdot p \cdot (1-p)$

d) $n?$

✓
✓

Wie viele Personen muss ich kontrollieren um mit 99% WK mind. 1 Linkshänder zu treffen/erwischen?

$P(X \geq 1) = 0,99$

$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 0,99 \quad | -0,99 | + P(X=0)$

$\Rightarrow P(X=0) = 0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{e^{\ln 100}}$

$\cdot 0,08^n \cdot 0,92^n = 0,01$

$0,92^n = 0,01 \quad | \ln$
 $n \cdot \ln 0,92 = \ln 0,01$
 $\frac{\ln 0,01}{\ln 0,92} = \ln(1-a)$

$n = 55,23$

\Rightarrow ich muss mind. 56 Person kontrollieren um mit 99% WK mind 1 Linkshänder zu treffen.

552 Aus 52 gut durchmischten Karten, in denen die Farben Herz, Karo, Pik und Treff in jeweils gleicher Anzahl auftreten, wird jeweils eine Karte gezogen und die Farbe festgestellt. Anschließend wird die Karte zurückgelegt, neu gemischt und der Versuch wiederholt.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei drei Versuchen 2-mal eine Herz-Karte zu ziehen?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei 5-maligem Ziehen mindestens zwei rote Karten zu ziehen?
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei 4-maligem Ziehen höchstens eine schwarze Karte zu ziehen?

558 Die Fluglinie FlyAway stellte fest, dass 5% der gebuchten Flugtickets nicht in Anspruch genommen werden. Um die Auslastung der Sitzplätze zu optimieren, werden daher mehr Tickets ausgestellt als Plätze vorhanden sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit einer Überbuchung, wenn für eine Maschine mit 350 Sitzplätzen 362 Tickets verkauft werden?