

Übungen zur Differentialrechnung

1) Ermittle den Differenzenquotienten und daraus den Differentialquotienten der gegebenen Funktion! Bestimme weiters die Tangentengleichung an der angegebenen Stelle!

a) $y = \frac{1}{4}x^2$ $x_0 = 2$ b) $y = x^3 - 1$ $x_0 = -1$ c) $y = x^2 - 3x$ $x_0 = 1$

d) $y = (2x + 1)^2$ $x_0 = -2$ e) $y = \frac{3}{x}$ $x_0 = 1,5$

2) Der Graph der Funktion $y = f(x)$ hat seinen Wendepunkt auf der x-Achse. Weiters kennt

man $f'(x) = x - \frac{x^2}{6}$.

a) Berechnen Sie $y = f(x)$!

b) Diskutieren Sie $y = f(x)$!

c) Bestimmen Sie jenen Kurvenpunkt, in dem die Krümmung den Wert -2 hat. Interpretieren Sie den Begriff „negative Krümmung“!

d) Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das von der x-Achse und $y = f(x)$ begrenzt wird!

3) Ein allseitig geschlossener Zementsilo hat die Form eines Zylinders mit einem aufgesetzten Kegel, dessen Öffnungswinkel 90° beträgt. Wie müssen der Radius r des Basiskreises und die Höhe h des Zylinders gewählt werden, wenn der Silo mit einem Fassungsvermögen von 17 m^3 eine möglichst kleine Oberfläche besitzen soll?

4) Gasflaschen ($V = 5$ Liter) haben die Gestalt eines Drehzylinders mit aufgesetzter Halbkugel (Radien sind gleich!). Berechnen Sie den minimalen Materialverbrauch!

5) Ein rotationssymmetrisches Werkstück hat die Form eines Zylinders mit auf der einen Seite aufgesetzter Halbkugel und auf der anderen Seite aufgesetztem Drehkegel (Radien sind gleich!). Das Volumen des Körpers beträgt 333π . Die Höhe h_1 des Kegels verhält sich zu seinem Radius wie $15 : 8$. Wie ist das Werkstück zu dimensionieren, damit die Oberfläche minimal wird?

Ergebnisse:

1.a) $y = x - 1$ b) $y = 3x + 1$ c) $y = -x - 1$ d) $y = -12x - 15$ e) $y = -\frac{4}{3}x + 4$

2.a) W (3/0); $y = -\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{2} - 3$ b) N: 3 / -2,2 / 8,2; T (0/-3) H (6/3); $t_w: y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$
c) P (9/-3) d) 20,25

3) $r = 1,46$ $h = 2,06$

4) $r = 0,98$ $O = 15,23$

5) $r = 6$ $h_1 = 11,25$ $h = 1,5$ $O = 523,075$