

1. Zeige, dass ABCD ein Trapez ist, und berechne den Umfang!

A(-2/3), B(4/0), C(3/4), D(-1/6)

Lsg: AB // CD, weil Richtungsvektoren gleich = linear abhängig, u = 18,5 E

2. Von einer Kostenfunktion 3. Ordnung kennt man folgende Größen:

x	0	20
K'(x)	80	300

Weiters kennt man den Punkt $K(20) = 13000\text{GE}$ und die Fixkosten von 10000GE .

Die Preisfunktion ist gegeben durch: $p(x) = -0,2x^2 + (-1)x + 2000$

Berechne die Kostenfunktion und den Verkaufspreis, bei dem der maximale Gewinn erzielt wird!

[Lsg: $K(x) = 0,2x^3 - 0,5x^2 + 80x + 10000$; $G(x) = -0,4x^3 - 0,5x^2 + 1920x - 10000$; $G_{\max}(39,6) = 40408,3\text{GE}$; $p(39,6\text{ME}) = 1647\text{GE}$]

3. $f(x) = 0,2x^3 - 2x^2 + 1,3x - 2$

ges: Fläche zwischen f und x-Achse und der Punkt mit Krümmung -1.

[Lsg: $N_1(-0,45/0)$; $N_2(1,21/0)$; $N_3(9,24/0)$; $A = 1,34+97,8=99,155\text{FE}$; $P(-2,5/17,875)$]

4. Im Jahre 1990 lebten auf der Erde 5,3 Milliarden Menschen, im Jahre 2000 6,5 Milliarden.

- Rechnen Sie mit exponentiellem Wachstum! Stellen Sie die Wachstumsfunktion auf und errechnen Sie die für das Jahr 2001 bzw. 2050 erwartete Weltbevölkerung.
- Rechnen Sie mit linearem Wachstum! Stellen Sie auch dazu die Wachstumsfunktion auf und errechnen Sie die Werte für die Jahre 2001 bzw. 2050.
- Wächst die Weltbevölkerung zurzeit in Wahrheit etwa exponentiell oder etwa linear? Geben Sie die jährliche Zuwachsrate in Prozent an! Ist es denkbar, dass diese Zuwachsrate seit tausend Jahren gilt? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch!

[Lsg a) 6,6Mrd; 18,0Mrd b) 6,6Mrd; 12,5Mrd c) exponentiell -> linear $N(-44/0)$, 2%; im Jahre 990 hätte es dann nur ca. 13 Menschen gegeben!]

5. Entlang des Ufers eines Flusses wurde eine Standlinie von 150 m Länge abgesteckt; von ihren Endpunkten werden die Winkel nach einem am anderen Ufer stehenden Mast gemessen:

$\alpha=28^\circ 23' 00''$ und $\beta=56^\circ 48' 12''$. Wie breit ist der Fluss an dieser Stelle?

[Lsg: Breite = 59.87912912 m]

6. 75 % aller Arbeitnehmer eines Landes verdienen weniger als 10 € pro Stunde (Ereignis A), 25% verdienen mehr.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter 10 beliebig herausgegriffenen Personen keine, ein, zwei, zwischen drei und sechs (drei und sechs eingeschlossen) und mehr als sechs Personen befinden, die weniger als 10 € pro Stunde verdienen!
- Wie groß ist der Erwartungswert für A bei 20 herausgegriffenen Personen? Berechnen Sie die Standardabweichung!
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei 5000 ausgewählten Arbeitnehmern der Anteil der weniger als 10 € verdienenden zwischen 3500 und 3800 liegt!

[Lsg: a) 0,000001/0,000029/0,000386/0,223697/0,775875 b) 15/ 1,94 c) 0,9484]

7. $K(x) = 0,1x^3 + 70x^2 + 40x + 1000$ $p(x) = -3x^2 + (50)x + 600$

Berechne das Betriebsoptimum, Betriebsminimum, maximalen Gewinn, Gewinnbereich und Cournotschen Punkt!

[Lsg: $x_{\text{opt}} = 3,8\text{ME}$; $x_{\text{min}} = -350\text{ME}$; $x_{\text{satt}} = 24,7$ $G(x) = -3,1x^3 - 20x^2 + 560x - 1000$; $G_{\max}(5,9) = 971,1\text{GE}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 9$; $C(5,9\text{ME} / 790,6\text{GE})$]



8. Herr Fink spart für seine Pension vorschüssig, vierteljährlich ($i=4,5\%$) 200€ 40 Jahre an.
- Wie hoch ist seine Guthaben nach 40 Jahren.
 - Im 12. Jahr zahlt er keine Raten ein. Welchen Einmalbetrag muss er am Ende des zwölften Jahres einzahlen, damit das Versäumte wieder hereinholt?
 - Herr Fink möchte sich monatlich 2000€ ausbezahlen lassen. Wie lange reicht sein Guthaben? Welchen Restbetrag bekommt er mit seinen letzten 2000€ ausbezahlt?

[Lsg: a) $G=88019,19$ b) $822,38$ c) $n=47,9 \rightarrow 47$ $B_{neu}=86501,92$; $Diff=1517$; $Rest=1796,15+2000=3796,15$]

9. Bestimme den Inhalt der Fläche, die von der Funktion $f : y = x^4 - 20x^2 + 64$ und der x-Achse eingeschlossen wird.

[Lsg: Kap. 10/2.1 A=256 FE]

10. $f''(x) = 2x - 1$. Weiters berührt f die Funktion $g(x) = 4x - 14,5$ im Punkt P(3/y). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von f.

[Lsg: $f(x) = x^3/3 - x^2/2 - 2x - 1$]

11. Gegeben ist eine in den Jahren 2005 bis 2018 nachschüssig zahlbare Rente mit der Jahresrate € 24.000,- und $i = 7\%$ p.a.

- Berechne Bar- und Endwert der Rente!
- Mit welcher einmaligen Zahlung könnte die gesamte Rente am 1. Jänner 2010 äquivalent ersetzt werden?
- Die Rente soll äquivalent umgewandelt werden in eine zehnmahlige Rente, deren erste Jahresrate am 1.1.2007 fällig ist. Wie hoch ist die Jahresrate?
- Die Rente soll äquivalent ersetzt werden durch eine Rente mit der Jahresrate 36.000 €, -, deren erste Rate am 1.1.2008 fällig ist. Wie oft kann die volle Rate bezogen werden? Wie hoch ist die Restrate, wenn diese mit der letzten Vollrate behoben wird?
- Bei welchem Jahreszins hat die Rente am 1.1.2020 den Wert von 1 Mio. €?

[a) 209.891,28 € 541.210,29 € b) 294.383,01 € c) 31.975,65 € d) 9 volle Raten, 10.581,71 Restrate e) $i = 13,7\%$]

12. Der Kostenverlauf eines Betriebes sei durch eine Polynomfunktion 3. Grades darstellbar. Bei

Stillstand der Produktion betragen die Gesamtkosten 8 GE und die Grenzkosten $\frac{13}{3}$ GE/ME. Die

Kostenkehre liegt bei 4 ME und die Grenzkosten betragen dort $\frac{1}{3}$ GE. Die Preisfunktion ist durch

$$p(x) = 5 - \frac{x}{3} \text{ gegeben.}$$

- Zeige, dass die Kostenfunktion $K(x) = \frac{1}{12}x^3 - x^2 + \frac{13}{3}x + 8$ lautet.
- Ermittle die Erlös- (Umsatz-) und Gewinnfunktion.
- In welchem Bereich wird ein Gewinn erwirtschaftet?
- Bei welchen Absatzmengen liegen der maximale Gewinn und der maximale Erlös? Wie groß sind ihre Werte?

[Lsg.: b) $U(x) = -1/3x^2 + 5x$; $G(x) = -1/12x^3 + 2/3x^2 + 2/3x - 8$; c)[4; 7,29]; d) $G(5,79) = 2,034$; $U(7,5) = 18,75$]

13. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{32}x^4 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}$

- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung jener Polynomfunktion $g(x)$ zweiten Grades, die den Graph von f in seinen Wendepunkten berührt.



$$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$$

- b) Berechnen Sie den Inhalt des vom Graphen $g(x)$ und den beiden Wendetangenten von $f(x)$ begrenzte Flächenstück!
- c) Ermitteln Sie jenen Punkt von $g(x)$, der die Steigung $k = 1$ hat!
- d) In welchem Punkt hat $f(x)$ die Krümmung -1 ? Was besagt eine negative Krümmung?
- e) Ermitteln Sie die Fläche zwischen $f(x)$ und x-Achse!
- f) Ermitteln Sie die Fläche zwischen $g(x)$, Tangente im Punkt $P(1/y)$ und x-Achse
- [a] $g(x) = -1/2x^2 + 2$; b) $A = 8/3$; c) $P(-1/1,5)$; d) $P1(-1,15/1,56)$; $P2(1,15/1,56)$; e) $A=12,8$; f) $A=0,292$

14. Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^3 + bx^2 + 3$ und der Punkt $A(-2/19)$

- a) Ermitteln Sie die Funktionsgleichung
- b) Ermitteln Sie die fehlende Koordinate von $B(x/2)$
- c) Ermitteln Sie die Punkte mit der Krümmung -1
- d) Ermitteln Sie die Tangente im Punkt $C(2/y)$
- e) Ermitteln Sie die Fläche von $f(x)$ zur x-Achse von $x=0$ bis $x=3$

[Lsg: a) $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 3$; b) $B(2,206/2)$; c) $P(5/6 / 3,81)$; d) $t(x) = -4x + 11$; e) $A = 6,75E^2$

15. Patrick stellt sein 7°C kaltes Bier im 19°C warmen Wohnzimmer ab. Auf Grund eines Telefonanrufes bleibt das Bier 90 min im Wohnzimmer verschlossen stehen und erwärmt sich auf 15°C . Die Temperatur des Bieres lässt sich durch folgende Formel bestimmen:

$$T(t) = T_U + (T_0 - T_U) \cdot e^{-k \cdot t}$$

T_U ... Umgebungstemperatur

T_0 ... Ausgangstemperatur des Bieres

- a) Bestimmen Sie die Erwärmungsfunktion des Bieres und zeichnen Sie den dazugehörigen Grafen!
- b) Patrick stellt die Flasche in den kälteren Barkühlschrank. Die Temperatur im Kühlschrank beträgt 4°C . Bestimmen Sie die Abkühlungsfunktion! Berechnen Sie wie lange es dauert bis das Bier seine 7°C wieder hat und wie hoch die Temperatur des Bieres nach 1h ist!
- c) Auf welche Temperatur müsste der Kühlschrank eingestellt werden, damit das Bier in 1,5 h auf 8°C abkühlt?

Lsg: a) $T(90)=15 \rightarrow k=0,012207$; $T_U=19$; $T_0=7$; b) $t=106,4\text{min}$; $T(60)=9,29^\circ\text{C}$; c) $T(90)=8 \rightarrow T_U=4,5^\circ\text{C}$ (M1100217; Wifi-230208-Bsp3)

16. Gegeben sind die Punkte $A(-4/3)$, $B(2/1)$, $C(1/7)$ und $D(0/6)$.

- a) Berechnen Sie die Fläche des Vierecks ABCD
- b) Berechnen Sie den Winkel der Diagonalen e und f
- c) Ermitteln Sie den Normalvektor vom Vektor AB
- d) Ermitteln Sie den Einheitsvektor vom Vektor BC

[Lsg: a) $A=16,5E^2$; b) $\alpha = 73,142^\circ$; c) $n1 = (2 \ 6)$; $n2 = (-2 \ -6)$; d) $1/\sqrt{37} \cdot (-1 \ 6)$

17. Ein Kirchturm wird von zwei Punkten A und B aus vermessen. B liegt zwischen A und dem Turm, aber um h Meter höher als A. Man misst die horizontale Distanz s von A und B sowie die Höhenwinkel α und β zur Turmspitze. Berechne den Höhenunterschied und die horizontale Entfernung zwischen B und der Turmspitze!

$$s = 80 \text{ m}, h = 4,7 \text{ m}, \alpha = 11,4^\circ, \beta = 16,3^\circ$$

Lsg.: Höhenunterschied=36,8m ; horizontale Entfernung=125,9m (L1100211)

