

Übungsbeispiele/3 Matura 08

- In einem 22°C warmen Zimmer liegt ein Grippekranker mit $T_K = 38,5^\circ\text{C}$ Körpertemperatur. Die Prüfspitze des Fieberthermometers erwärmt sich nach folgendem Gesetz:
$$T = T_K - (T_K - T_R) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = 1,5 \text{ min, } T \text{ in } ^\circ\text{C, } t \text{ in min}$$
 - Zeichne die Funktion für $t \leq 10 \text{ min}$
 - Auf welche Temperatur ist das Thermometer nach 5 bzw. 10 min angestiegen?
($37,9^\circ\text{C}$; $38,5^\circ\text{C}$)
 - Nach welcher Zeit zeigt das Thermometer 90 bzw. 98% der tatsächlichen Körpertemperatur an? (2,18 min, 4,60 min)
- Die Halbwertszeit von Radium beträgt 1580 Jahre. Die Ausgangsmenge beträgt 2 Gramm.
 - Zeichne die Zerfallskurve für $t \leq 5000 \text{ Jahre}$.
 - Wie viel Gramm sind nach 10 Jahren noch vorhanden? (1,991 g)
- Von einer radioaktiven Substanz zerfallen jährlich 3%. Die Ausgangsmenge beträgt 50 Gramm.
 - Zeichne die Zerfallskurve für $t \leq 100 \text{ Jahre}$.
 - Wie groß ist die Halbwertszeit? (22 Jahre 9 Monate)
 - Wie viel Gramm sind in 50 Jahren noch vorhanden? (10,903 g)
- Eine Tasse heißer Kaffee ($T_K = 80^\circ\text{C}$) kühlt nach folgendem Gesetz ab:
$$T(t) = T_R + (T_K - T_R) \cdot e^{-0,15 \cdot t} \quad t \text{ in min}$$
Die Raumtemperatur $T_R = 20^\circ\text{C}$
 - Zeichne die Abkühlkurve für $t \leq 30 \text{ min}$.
 - Nach welcher Zeit ist der Kaffee auf die Trinktemperatur von 30°C erreicht?
(11,94 min)
 - Berechne die Temperaturabnahme in der 5. und in der 25. Minute. ($4,6^\circ\text{C}$; $0,2^\circ\text{C}$)
- 50 g Entkalkersalz wird in Wasser geschüttet, wo es sich im Laufe der Zeit auflöst. Die nach t Sekunden aufgelöste Salzmasse kann folgendermaßen berechnet werden:
$$m(t) = 50 \cdot (1 - e^{-0,3 \cdot t})$$
 - Zeichne die Vorgang für $t \leq 20 \text{ s}$ und entnimm aus der Zeichnung, wie viel nach 5 s aufgelöst ist. (39 g)
 - Ermittle rechnerisch, wann 99% aufgelöst sind. (15 s)