Übungsbeispiele 1

1) Die Halbwertszeit von Radium beträgt 1.620 Jahre. Stelle die Zerfallsfunktion auf und berechne, wie viel Radium nach 800 Jahren von ursprünglich 10 g übrig ist. (Lösung: λ = -0,000427869; 7,1)

2) In einem Korb liegen 6 schwarze, 4 blaue und 2 graue Socken. Jemand nimmt blind zwei Socken heraus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide die gleiche Farbe haben? (Lösung: 7/22)

3) Berechne die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x$. In welchen Punkten des Graphen haben die Tangenten die Steigung k=3? Bestimme die Gleichungen der Tangenten. (Lösung: $f(x) = 3x^2 -6x -6$; P(3/-18); Q(-1/2); $y = 3x – 27$; $y = 3x + 5$)

4) Aus einem Flugzeug sieht man die in derselben waagrechten Ebene liegenden Orte A und B unter den Tiefenwinkeln α=22,34° und β=12,74° (in derselben Richtung!). Die Entfernung der beiden Orte beträgt d = 3780 m. Wie hoch fliegt das Flugzeug? (gerundet auf ganze Meter) (Lösung: 1900 m)

5) Berechnen Sie für folgende Kostenfunktionen das Betriebsoptimum und das Minimum der Stückkosten. Zu welchem Marktpreis wird der Betrieb langfristig funktionieren? $K(x) = x^2/20 + 6x + 230$ (Lösung: 67,80; 12,78)

6) Gesucht ist eine Funktion 3. Ordnung, die die x-Achse im Koordinatenursprung berührt. Die Tangente im Punkt P(-3/0) ist parallel zur Geraden y = 6x. Bestimme von dieser Funktion alle Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte wie auch den Graph. Wie groß ist das endliche Flächenstück, das von der x-Achse und der Kurve eingeschlossen wird? (Lösung: $f(x) = (2/3)x^3+2x^2$; 4,5 FE)

7) Die Firma Schwarz & Co. erzeugt einen Artikel, der zum konstanten Stückpreis von 70 € verkauft werden kann. Die Betriebskosten können durch eine Funktion 3. Grades angenähert werden. Die Fixkosten liegen bei 4.725 GE. Bei einer Produktionsmenge von 30 ME betragen die Betriebskosten 4.788 € und die Grenzkosten 1,2 €. Die Gewinnschwelle liegt bei 70 ME Ermittle die Gleichung der Betriebskostenfunktion! (Lösung: $K(x) = 0{,}001x^3 - 0{,}09x^2 + 3{,}9x + 4725$) Zeige, dass das Betriebsoptimum bei 150 ME liegt. Wie hoch ist der kostendeckende Preis? (Lösung: 44,4 GE)

8) Herr A. will ein Bauernhaus im Waldviertel kaufen. Frau Z., die Verkäuferin, verlangt 40.000 €. Man einigt sich auf 25.000 € sofort und die restlichen 15.000 € in 4 Jahren. Zur Bezahlung dieses Betrages (25.000 €) nimmt Herr A einen Bankkredit mit einer Laufzeit von 7 Jahren auf. Die Raten sind monatlich nachschüssig zu bezahlen
   a) Wie hoch müssen die Raten sein, wenn man eine Verzinsung von i = 8% annimmt? (Lösung: 386,19 €)
   b) Im 3. Jahr kann Herr A. die Raten nicht zahlen. Wie hoch ist die Restschuld am Ende des 3. Jahres? (Lösung: 20.706 €)
   c) Ab dem 4. Jahr zahlt Herr A. wieder regelmäßig, wobei die Höhe und der Zahlungsrhythmus der ursprünglichen Raten gleich bleiben. Wann ist der gesamte Kaufpreis ausbezahlt? (Ein etwaiger Restbetrag wird mit der letzten Rate bezahlt.) (Lösung: weitere 65,96 Monate)

9) Von einem viereckigen Grundstück werden drei Seiten gemessen: AB=164,4m, BC=152m, CD=210,6m. Der Winkel zwischen AB und der Diagonalen AC beträgt 49,2°, der Winkel zwischen AB und AD beträgt 106,4°.
   a) Berechnen Sie den Umfang (Lösung: 721,51)
   b) Berechnen Sie die Fläche (Lösung: 29.347,4)

10) Die Firma Luzia erzeugt Glühbirnen, von denen im Durchschnitt 10 % defekt sind. Ein Händler hat 500 Glühbirnen bestellt.
   a) Berechnen Sie Erwartungswert und Standardabweichung für die Anzahl der defekten Glühbirnen. (Lösung: 50; 6,7)
   b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
      i) weniger als 40 bzw. (Lösung: 0,068)
      ii) mehr als 55 Glühbirnen defekt sind! (Lösung: 0,228)
   c) Geben Sie einen symmetrischen Bereich $[\mu - \varepsilon,\ \mu + \varepsilon]$ an, in dem mit 95 %-iger Wahrscheinlichkeit die Anzahl der defekten Glühbirnen liegt! (Lösung: [36,85; 63,15])

Übungsbeispiele 2

1) In einer Urne sind 5 rote und 5 blaue Kugeln. Es wird dreimal mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,
   a) drei rote Kugeln
   b) eine rote und zwei blaue Kugeln (in dieser Reihenfolge)
   c) genau zwei blaue Kugeln (in beliebiger Reihenfolge) zu ziehen?
   (Lösungen:1/8; 1/8; 3/8))

2) Wie 1., aber ohne Zurücklegen. (Lösungen: 1/12; 5/36; 5/12))

3) Ein alter Turm steht in einer Ebene. Um seine Höhe zu bestimmen, steckt man in der Ebene eine horizontale Standlinie AB ab, so dass A, B und der Fußpunkt des Turms in einer Linie liegen. Von A aus misst man zur Turmspitze den Höhenwinkel α, von B aus den Höhenwinkel β. Wie hoch ist der Turm, und wie weit ist sein Fußpunkt von B entfernt? AB = 100 m, α = 15,8°, β = 38,1° .
   (Lösungen: 44,27)

4) Berechnen Sie die quadratische Kostenfunktion, wenn gegeben ist: Die Fixkosten liegen bei 1000 GE, das Betriebsoptimum liegt bei x= 100 ME, die Gesamtkosten bei 100 ME betragen 220 GE. (Lösung: $K(x) = 1/10x^2 – 17{,}8x + 1000$)

5) Gegeben ist die Funktion $f(x) = (-1/4)x^3 +(3/2)x^2$.
   a) Berechne die Nullstellen, Extremwerte und den Wendepunkt
   b) Berechne die Fläche zwischen der Kurve und der x – Achse. (Lösungen: N1(0/0); N2(6/0); E1(0/0) = TP; E2(4/8) = HP; W(2/4); A = 27)

6) Ein Betrieb nimmt einen Kredit in der Höhe von 300.000 € zu einem Semesterzinssatz von i_2 = 5,25% auf. Nach 2 Jahren zahlt er 1/6 der ursprünglichen Kreditsumme zurück und zugleich die erste von 14 vorschüssigen vierteljährlichen Raten.
   a) Wie hoch sind diese Raten?
   b) Wie viele Vollraten müsste er leisten, wenn er jede Rate um 5000 € erhöhen würde?
   c) Wie lange müsste er zahlen, wenn er ab der 5. Rückzahlung die Raten gemäß Punkt a) um 20% erhöht (Anzahl der erhöhten Raten)? (Lösungen: a: 318137,17 € -> 26693,19 €; b: 11,43; c: 352418,44 € – 110995,47 € = 241422,97 €; 8,2548)

7) Eine Stadt hatte vor 15 Jahren 20000 Einwohner. Inzwischen ist die Einwohnerzahl auf 27000 angestiegen.
   a) Wie viel Prozent beträgt die durchschnittliche jährliche Zunahme?
   b) Wann wird die Stadt 40000 Einwohner haben?
   c) Die Menge an Müll, die von einer Person produziert wird, nimmt pro Jahr um 5% zu. In welcher Zeit verdoppelt sich die Müllmenge pro Person?
   d) Um wie viel Prozent hat die gesamte Müllmenge der Stadt in 15 Jahren zugenommen? (Tipp: gesamte Müllmenge = (Einwohnerzahl) mal (Müllmenge pro Person))
   e) Das Müllaufkommen der Stadt kann durch eine Exponentialfunktion $N(t) = N0\cdot e^{\lambda t}$ beschrieben werden. Ermitteln Sie die Konstante λ auf 4 Dezimalen genau.(Lösungen: a: 2%; b: in 19,6 Jahren; c: 14,2 Jahre; d: 180%; e: λ = -0,0686)

8) Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion 3. Grades, welche die Parabel mit der Gleichung $y = \frac{1}{4}x^2$ in O(0/0) berührt und in H(5/$\frac{25}{4}$) ihren Hochpunkt hat.

   i) [f: $y = -\frac{1}{10}x^3 + \frac{3}{4}x^2$]

   ii) Berechnen Sie den Flächeninhalt des von beiden Kurven umschlossenen Flächenstückes. Fertigen Sie eine Skizze an.(5,21 AE)

9) Karli ist 5 Jahre und der Beste im Ringe werfen. Er hat schon eine erstaunliche Trefferwahrscheinlichkeit von 80% und ist damit besser als seine Tante.
   a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er bei einer Viererserie
      i) 4 mal daneben schießt
      ii) mindestens einmal trifft
      iii) genau 2mal trifft
   b) Wie oft muss Karli werfen, um das Ziel mit der Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens einmal zu treffen?
   c) Er beteiligt sich bei einem Wettbewerb. Zur Qualifikation benötigt man bei 100 Versuchen mindestens 85 Treffer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit qualifiziert er sich für das Finale?
   d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Serie von 100 Schüssen die Anzahl der Treffer um maximal 5 vom Erwartungswert abweicht. ([a: 0,0016 0,9984 0,1536 b: mindestens 2 mal c: 0,1056 d: 0,7888)

10) Blei schützt vor Röntgenstrahlen. Eine Platte von 2 cm Stärke reduziert die Strahlung um 60%.
   a) Stelle die entsprechende Zerfallfunktion B(x) auf (Reststrahlung als Funktion der Stärke des Bleimantels).
   b) Wie stark ist die Strahlung nach 5 cm Blei?
   c) Wie stark muss eine Platte sein, um die Strahlung auf 1% zu reduzieren?
   d) Stelle die Abhängigkeiten zwischen Stärke der Bleiplatte und Intensität der Reststrahlung in einer einfachen Zeichnung dar. (Lösungen: -0,458; 10,12; 10,05)

Übungsbeispiele 3

1) In einer Urne sind zwei weiße und eine schwarze Kugel(n).
   a) Es wird zweimal mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beide Male eine weiße Kugel zu ziehen?
   b) Wie a, aber ohne Zurücklegen. (Lösungen: 4/9; 1/3)

2) Berechne die Kostenfunktion dritten Grades für ein bestimmtes Produkt:
   a) das Betriebsoptimum liegt bei 10 ME
   b) der Verkaufspreis für den Grenzbetrieb ist 80 GE (langfristige Preisuntergrenze)
   c) der Übergang von den degressiven zu den progressiven Kosten liegt bei 6ME. die Fixkosten betragen 300 GE
   (Lösung: $K(x) = 1{,}5x^3-27x^2+170x+300$)

3) Gegeben sei die Funktion $f(x) = 4-x^2$
   a) Bestimme die Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte dieser Funktion und zeichne sie.
   b) Berechne die Fläche zwischen der Kurve und der x – Achse (Lösungen: n1(-2/0); N2(2/0); E(0/4) = max; A = 32/3)

4) Ein Bergsteiger hat nach seiner Rettung plötzlich die Idee, aus Dankbarkeit für jede Minute seiner Rettung (insgesamt 144 Minuten) zu Ehren des Hl. Christophorus 10 Euro auf ein Sparbuch einzuzahlen, welches einen effektiven Jahreszinssatz (nach Abzug der KEST) von 3 % haben soll. Die Einzahlung erfolgt in monatlichen Raten von 10 € am Ende eines jeden Monats.
   a) Welchen Betrag könnte er am Ende der Pfarre Antonsfurt spenden? (1.726,33)
   b) Wegen einer finanziellen Notlage muss er jedoch das angesparte Geld für seine KFZ - Rechtsschutzversicherung „zweckentfremden", welche jährliche vorschüssige Prämienzahlungen in der Höhe von 200 Euro erfordert. (Sein schlechtes Gewissen beruhigt er damit, dass der Hl. Christophorus ja auch der Schutzpatron der Autofahrer ist......). Wie viele volle Prämien kann er mit seinem Ersparten begleichen, wenn er diesen Betrag mit 4 % effektivem Jahreszinssatz anlegen kann? (10,2865)
   c) Wie hoch ist die Restzahlung, die ihm gleichzeitig mit der letzten Vollrate ausbezahlt wird? (55,88)

5) Von einem Grundstück sind bekannt: CD = 48 m; AB = 35 m; AD = 36,6 m sowie die Winkel □ = <DAB = 102°24' und δ = <ADC = 81°28'. Das Grundstück wird zu einem Verkaufspreis von 80.000 € angeboten. Der ortsübliche Preis beträgt 50 € pro m^2. Beurteilen Sie das Angebot, indem Sie die Fläche des Grundstücks berechnen. (1550,93 m^2, zu teuer)

6) Ende April 1986 ereignete sich in Tschernobyl die bislang schwerste Reaktorkatastrophe in der Geschichte der zivilen Nutzung der Atomtechnologie Im radioaktiven Fallout, der auch Österreich verseuchte, waren mengenmäßig die Isotope Jod-131 und Caesium-137 stark vertreten. Das langlebige Caesium-137 hat eine Halbwertszeit von ca. 30 Jahren.

   a) Stellen Sie das Zerfallsgesetz für Cs-137 dar.

b) In welchem Bereich liegt die Basis a bzw. die Zerfallskonstante λ , wenn die Halbwertszeit mit einem Fehler von $\pm 0{,}5$ Jahre behaftet ist?

c) Berechnen Sie, wie viel Prozent der Anfangsmasse seit dem Unfall (bis heute, also April 2010) zerfallen sind und wie lange es dauert, bis die Caesiumbelastung auf 10 % bzw. 1 % ihres Maximalwertes zurückgeht.

d) Das Zerfallsgesetz für Jod-131 lautet $N(t) = N_0 e^{-0{,}08664t}$ (t in Tagen). Berechnen Sie die Halbwertszeit und die tägliche prozentuelle Abnahme der Jodbelastung.(Lösungen: a = 0,97716 oder λ = -0,023105; b) 0,97677≤ a ≤ 0,97753 oder -0,022726 ≤ λ ≤ -0,023497; c) April 2010 ca. 42,6 %; ca. 100 Jahre; ca. 199 Jahre; d) 8 Tage; 8,3 %)

7) Der Graph der Funktion y = f(x) hat seinen Wendepunkt auf der x-Achse. Weiters kennt man $f'(x) = x - x^2/6$

a) Berechnen Sie y = f(x).

b) Diskutieren Sie y = f(x).

c) Bestimmen Sie jenen Kurvenpunkt, in dem die Krümmung den Wert □2 hat. Interpretieren Sie den Begriff „negative Krümmung".

d) Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, das von der x-Achse und y = f(x) begrenzt wird.(Lösungen: W (3/0);$y=-x^3/18+x^2/2-3$, b) N: 3 / -2,2 / 8,2; T (0/-3) H (6/3); tW: y=3x/2-9/2 c) P (9/-3) d) 20,25)

8) Herr Morgentau verkauft morgens Zeitungen. Er weiß, dass die Anzahl der verkauften Exemplare normalverteilt ist mit $\mu = 120$ und $\sigma = 10$.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er an einem Morgen weniger als 130 Exemplare verkauft?

b) Er bestellt jeweils 135 Exemplare. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird er ausverkauft sein?

c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er zwischen 110 und 130 Exemplare verkaufen kann?

d) Herr Morgentau will mit 98 % Wahrscheinlichkeit all seine Kunden bedienen können. Wie viele Exemplare muß er daher bestellen?

e) In welchem Bereich $[\mu-\varepsilon;\mu+\varepsilon]$ liegt mit 80 % Wahrscheinlichkeit die Anzahl der verkauften Exemplare? (Lösungen: 0,8413; 0,67; 0,683; 141; 107 – 133)

Übungsbeispiele 4:

1) Die Kostenfunktion kann durch eine Polynomfunktion 3. Grades dargestellt werden. Wenn nichts produziert wird, betragen die Betriebskosten 2.450 GE und die Grenzkosten 30 GE / ME. Die Kostenkehre liegt bei 200 ME; bei dieser Menge betragen die Grenzkosten 6 GE / ME.
   a. Ermittle die Gleichung der Kostenfunktion
   b. Angenommen, der Artikel kann zum konstanten Stückpreis von 19,50 GE verkauft werden. Zeige, dass der Betrieb in diesem Fall keinen Gewinnmachen kann. Anleitung: Berechne den maximalen Gewinn und zeige, dass er nicht größer als 0 ist. Bei welcher Produktionsmenge macht der Betrieb keinen Verlust?
   c. Die Nachfragefunktion wird als lineare Funktion angenommen. Der Höchstpreis beträgt 42 GE. Zum Preis von 20 GE können 440 ME verkauft werden. Ermittle die Gleichung der Nachfrage- (Preis-) Funktion und die Sättigungsmenge.
   d. Berechne unter den Voraussetzungen a) und c) den Cournot'schen Punkt (gewinnmaximierende Menge und Preis) sowie den maximalen Gewinn.

   (Lösung: a.: $K(x) = 0{,}0002x^3 - 0{,}12x^2 + 30x + 2450$
   b.: 350 ME; G(350) = 0
   c.: p(x) = -0,05x + 42
   d.: (300 ; 27); G(300) = 2.050)

2) Eine Kultur von Schimmelpilzen zu Anfang aus 500 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verfünffacht sich alle 3 Stunden. Das Wachstum der Bakterien lässt sich durch die Formel $B(t) = B_0 \cdot e^{\lambda t}$ beschreiben.
   a. Berechne die Konstante λ!
   b. Wie viele Bakterien sind nach 3 Tagen vorhanden?
   c. Wann wird sich die Anzahl der Bakterien verhundertfacht haben?(Lösung: 0,53648; 3×10^{19}; 8,58)

3) Von einem 4-eckigen Grundstück misst man: AB=633m, BC=615m, AD=150m, <DAB=90°, <ABC=115,6°.Berechnen Sie die Fläche Berechnen Sie den Umfang (Lösungen: 2383,62; 242944,4)

4) Eine Funktion 3. Grades hat bei N(-3/0) eine Nullstelle. Die Tangente in diesem Punkt hat die Steigung 6. Bei W(0/4,5) hat die Funktion einen Wendepunkt.
   a. Ermittle die Funktionsgleichung!
   b. Berechne (eventuelle) weitere Nullstellen, Extremwerte und den Anstieg der Wendetangente.
   c. Ermittle die Gleichung der Gerade g durch die Nullstelle und den Wendepunkt und (eventuelle) weitere Schnittpunkte von Gerade und Funktionsgraph.
   d. Skizziere den Graphen und die Gerade.
   e. Zeige, dass der Funktionsgraph und die Gerade zwei gleich große Flächenstücke einschließen.

   (Lösungen: $f(x) = x^3/4 - 3x/4 + 4{,}5$; N(-3/0); TP(1/4); HP(-1/5); W(0/4,5), k=-3/4; y=1,5x+4,5; $S_1(0/4{,}5)$; $S_2(3/9)$;$S_3(-3/0)$; 81/16)

5) Frau Grete produziert in ihrem kleinen Handwerksbetrieb Osterhasen. Sie weiß (obwohl sie keine Mathematikerin ist), dass die Anzahl der wöchentlich hergestellten Osterhasen normalverteilt ist mit $\mu = 40$ und $\sigma = 5$.
   a. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie in einer Woche weniger als 38 Osterhasen herstellen kann?
   b. In welchem Intervall $[\mu-\varepsilon ;\mu+ \varepsilon]$ liegt mit einer 95% Wahrscheinlichkeit die Anzahl der hergestellten Osterhasen?
   c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie in einer Woche mehr als 41 Osterhasen herstellen kann?
   d. Sie verspricht einem Abnehmer, in einer bestimmten Woche 43 Osterhasen zu liefern. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann sie diesen Auftrag problemlos erfüllen?

   (Lösungen: 0,3446; 30,2 – 49,8; 0,42; 0,2743)

6) Eine Parabel 3-ter Ordnung hat im Punkt p(-3/2;y) die Steigung –5/4 und im Wendepunkt W(0; 2/3) die Steigung 1. Eine Parabel 2. Ordnung geht durch P und hat in W ihren Scheitelpunkt. Berechne den Flächeninhalt der beiden von den Kurven begrenzten endlichen Flächenstücke. (Lösungen: $f(x)=-(1/3)x^3+x+(2/3)$; $g(x)=-(1/6)x^2+(2/3)$; 10/9; 33/64)

Übungsbeispiele 5:

1) Zur Berechnung einer Kostenfunktion dritten Grades stehen einem Betrieb folgende Werte zur Verfügung: das Betriebsoptimum liegt bei 10 ME; der Verkaufspreis für den Grenzbetrieb (LPU) beträgt 80 GE; der Übergang von den degressiven zu den progressiven Kosten liegt bei 6 ME; die Fixkosten betragen 300 GE. Wie lautet die Kostenfunktion? (Lösungen: $K(x) = 1{,}5x^3 – 27x^2 +170x +300$)

2) Die Firma Schwarz & Co. erzeugt einen Artikel, der zum konstanten Stückpreis von € 70 verkauft werden kann.
   a) Die Betriebskosten können durch eine Funktion 3. Grades angenähert werden. Die Kostenkehre liegt bei 30 Stück. Bei dieser Produktionsmenge betragen die Betriebskosten € 4.788 und die Grenzkosten € 1,2. Die Gewinnschwelle liegt bei € 70. Ermittle die Gleichung der Betriebskostenfunktion.
   b) Zeige, dass das Betriebsoptimum bei 150 Stück liegt. Wie hoch ist der kostendeckende Preis (LPU). Wie groß ist bei dieser Produktionsmenge der Gewinn?
   c) Ermittle die Gewinngrenzen.
   d) Bei welcher Produktionsmenge wird der maximale Gewinn erzielt und wie hoch ist er?

(Lösungen: a.: $K(x) = 0{,}0001x^3 – 0{,}09x^2 + 3{,}9x +4.725$
b.: € 44,4; G(150) = € 3.840
c.: 270 Stück
d.: 181 Stück; G(181) = € 4.257,85)

3) Familie Freundlich kauft ein Auto und muss für den Kaufpreis (€ 50.000,-) einen Kredit bei ihrer Hausbank aufnehmen (Zinssatz i = 6 %, Laufzeit 4 Jahre, monatliche Raten, zahlbar am Beginn des jeweiligen Monats).Wie hoch sind die Monatsraten? (Lösung: 1164,94)

4) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x^2 + 9x$.
   a) Ermitteln Sie die Nullstellen und die Extremwerte (Art des Extremums bestimmen!) Berechne den Wendepunkt und die Wendetangente. In welchem Punkt beträgt die Steigung -1 und in welchem Punkt beträgt die Krümmung 2?
   b) Eine quadratische Funktion g hat dieselben Nullstellen wie f. In der rechten Nullstelle beträgt die Steigung $-\frac{9}{2}$. Ermitteln Sie die Gleichung von g sowie alle Schnittpunkte der Graphen von f und g.
   c) Zeigen Sie, dass die beiden Flächenstücke, die von den Graphen von f und g begrenzt werden, denselben Flächeninhalt haben*!*

(Lösungen: $N_1(0/0)$, $N_2 = T(6/0)$, H(2/8); b) g: $y = -0{,}75\,x^2+4{,}5\,x$; $S_1 = N_1$; S_2 (3/6,75); $S_3 = N_2$; c) 5,06 AE)

5) Ein Grundstück hat die Form eines Vierecks: AB=200m, BC=160m, CD=320m, DA=120m, <BAD=124,8°.Berechnen Sie die Fläche. (Lösung: 32.700)

6) Im 19. Jahrhundert benutzte man in Australien Kamele für den Lastentransport. n den 1920er Jahren wurden sie freigelassen und haben sich seitdem stark vermehrt. Heute gibt es dort ca. 600.000 wild lebende Kamele. Zurzeit nimmt die Anzahl jedes Jahr um 9% zu.
   a) Die Zunahme der Kamele kann durch die Funktion $N(t) = N_0 \cdot e^{\lambda t}$ angenähert werden. Berechnen Sie die Konstante λ.
   b) In welcher Zeit verdoppelt sich die Anzahl der Kamele?
   c) Wie viele Kamele müssten vor 80 Jahren freigelassen worden sein, wenn sie sich die ganze Zeit im selben Tempo wie jetzt vermehrt hätten? (Tatsächlich waren es ca. 20.000.)
   d) Wann werden sie sich auf 1 Million vermehrt haben?
   e) Inzwischen sind die Kamele zur Plage geworden, weil sie alles kahlfressen. Die australische Regierung plant daher, sie in großer Zahl zu erschießen. Um wie viel Prozent müsste die Anzahl pro Jahr abnehmen, wenn sie in 15 Jahren halbiert werden soll?

   (Lösungen: $\lambda = \ln(1,09) = 0,0862$; $t = \ln(2)/\lambda \sim 8$ Jahre; $N(-80) = 600000 \cdot e^{-80\lambda} = 608$; $t = \ln(1000000/600000)/\lambda = 5,9$ => in ca. 6 Jahren; $\sqrt[15]{0,5} = 0,955$ => 4,5% Abnahme)