

## Differenzieren - Integrieren

1. Berechne von der Funktion  $f(x) = x^3/4 - 3x^2 + 9x$  alle Nullstellen, die Extremwerte, den Wendepunkt, erstelle den Graphen und berechne die Fläche, die von der Kurve und der x-Achse eingeschlossen wird.
2. Die Form eines Blechstückes wird über zwei Polynomfunktionen ermittelt:  
 $f(x) = 0,125x^4 - 1,5x^3 + 6x^2 - 9x + 2$   
 Funktion g ist eine Funktion 3. Grades und berührt f bei  $x=2$ . g Weiteres kennt man den Punkt  $P(0/-3)$  und die Nullstelle bei  $x= -2$ .
  - a) Stellen Sie die Funktion g auf!
  - b) Zeichnen Sie beide Funktionen im Intervall  $[-1 ; 6]$
  - c) Berechnen Sie die Fläche des Blechstückes! (x, y in dm)
  - d) Das Blech wird aus einer Rechteckvorlage ausgeschnitten (Tangente vom  $H_g$  ist Oberkante). Bestimmen Sie die Abmessungen und den prozentuellen Verschnitt!
3. Von einer Funktion dritter Ordnung liegt der Schnittpunkt mit der y-Achse bei  $42,8\text{mg/m}^3$ . Weiteres weiß man, dass die Funktion bei  $4,5\text{m}^3$  einen Wendepunkt und bei  $6\text{m}^3$  ein Extremum besitzt. Bei  $3,5\text{m}^3$  beträgt der Funktionswert  $49,45\text{mg/m}^3$ .
  - a) Ermittle die Funktion (Zwischenergebnis:  $f(x) = 0,1x^3 - 1,35x^2 + 5,4x + 42,8$ )
  - b) Ermittle Extrema und Wendepunkte (ohne TI-82 Funktionen)
  - c) Berechne die Gesamtmasse von  $x=0\text{m}^3$  bis  $x=3,75\text{m}^3$  (ohne TI-82 Funktionen)
  - d) Wie viel  $\text{m}^3$  benötigt man für  $0,5\text{g}$ ?
4. Die Funktion f ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Sie hat bei  $H(0/12)$  einen Hochpunkt und bei  $T(6/0)$  einen Tiefpunkt.
  - a) Ermittle die Funktionsgleichung!
  - b) Berechne die Nullstellen und den Wendepunkt von f sowie den Anstieg der Wendetangente.
  - c) Die Gerade g geht durch den Hochpunkt und den Tiefpunkt von f. Ermittle Gleichung von g und zeige, dass der Wendepunkt ebenfalls auf g liegt. Warum kann es keine weiteren Schnittpunkte von Funktionsgraph und Gerade geben?
  - d) Skizziere den Graphen von f und die Gerade g.
  - e) Wie groß ist die Fläche, die vom Funktionsgraphen und der Geraden g eingeschlossen wird?
5. Die Kosten bei der Herstellung von einer Legierung kann man durch einen Funktion 3. Ordnung annähern. Die Fixkosten betragen  $59,24\text{€}$ . Bei  $3\text{ kg}$  betragen die Kosten  $60,05\text{€}$ . Der Wendepunkt liegt bei  $W(5/59,89)$ . Berechnen Sie die Funktion und Hoch/Tiefpunkte.
6. Eine Funktion hat in  $E(2/8)$  einen Extremwert. Die zweite Ableitung der Funktion f lautet:  
 $f''(x) = 3/4x - 3$ . Ermittle die Funktionsgleichung. Diskutiere die Funktion und zeichne ihren Graphen im Intervall  $[-1,5 ; 6,5]$ . Berechne den Inhalt der Fläche, die von den beiden positiven Koordinatenachsen, der Kurve und der Wendetangente begrenzt wird. Berechne das Volumen des Rotationskörpers, das bei Drehung dieser Fläche um die x-Achse entsteht.

### Lösungen

1.  $N_1(0/0)$ ;  $N_2(6/0)$ ;  $H(2/8)$ ;  $T(6/0)$ ;  $W(4/4)$ ;  $f_{\text{Int}}(Y1,X,0,6)=A=27$
2. a)  $g(x) = -0,0625x^3 + 0,5x^2 - 0,25x - 3$  c)  $B(2/-2)$   $S(5,77/0,2)$   $A=5,29\text{dm}^2$  d)  $l=5,77-2=3,77\text{dm}$   $h=0,44+2,5=2,94\text{dm}$   $52,27\%$
3. b)  $T(6/48,2)$  ;  $H(3/49,55)$  ;  $W(4,5/48,875)$  c)  $A=179,68$  d)  $g=10,03$
4. a)  $f(x)=x^3/9 - x^2 + 12$  ; b)  $N_1=T(6/0)$  ;  $N_2(-3/0)$  ;  $W(3/6)$  ;  $tw:f(x)=-3x+15$  ; c)  $g(x)=-2x+12$  ;  $g(3)=6$  ; weil nur 3 Schnittpkte mögl. e)  $A_1+A_2=4,5$
5.  $f(x)=0,01x^3-0,15x^2+0,63x+59,24$  ;  $H(3/60,05)$ ,  $T(7/59,73)$
6.  $f(x)=1/8x^3-3/2x^2+9/2x+4$   $N(-0,7106/0)$   $H(2/8)$   $T(6/4)$   $W(4/6)$   $A=40$   $V=778,396$

