Probematura
WIFI Juni 2010

Alle Rechenschritte müssen nachvollziehbar sein!
Bitte protokolliere alle Taschenrechnereingaben!

Im Kindergarten Mathematicus

1) (Wahrscheinlichkeitstheorie)
Karli ist 5 Jahre und der beste im Ringe werfen. Er hat schon eine erstaunliche Trefferwahrscheinlichkeit von 80% und ist damit besser als seine Tante.
a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er bei einer Viererserie
i) 4mal daneben schießt ii) mindestens einmal trifft iii) genau 2mal trifft
b) Wie oft muss Karli werfen, um das Ziel mit der Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% mindestens einmal zu treffen?
c) Er beteiligt sich bei einem Wettbewerb. Zur Qualifikation benötigt man bei 100 Versuchen mindestens 85 Treffer. Mit welcher Wahrscheinlichkeit qualifiziert er sich für das Finale?
d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Serie von 100 Schüssen die Anzahl der Treffer um maximal 5 vom Erwartungswert abweicht.
[a) 0,0016 0,9984 0,1536 b) mindestens 2 mal c) 0,1056 d) 0,7888]

2) (Exponentialfunktionen) Diese Aufgabe ist mit der Basis e zu lösen!
Die Kinder werden im Kindergarten auch über die großen Problematiken wie Umweltverschmutzung und Unterernährung aufgeklärt.
Eine für unsere Erde wichtige Größe ist die Bevölkerungsentwicklung (Ernährung, Verschmutzung, …).
1987 wurde die die 5 Mrd. Grenze erreicht, 1974 lag die Weltbevölkerung bei 4 Mrd. Menschen.
Berechne die Weltbevölkerungszahlen für 2025 und 2050, wenn man

a) lineares Wachstum
b) exponentielles Wachstum annimmt.
Die Prognose der Vereinten Nationen für das Jahr 2025 liegt bei 8 Mrd. für das Jahr 2050 bei 8,9 Mrd. Menschen. Vergleiche diese Zahlen mit deinen Ergebnissen.
c) Wann wird nach deinem exponentiellen Wachstumsmodell die 10 Mrd. Menschen Grenze erreicht bzw. überschritten?

[a) N(51) = 7,92 Mrd. N(76) = 9,60 Mrd. b) N(51) = 9,84 Mrd.N(76) = 14,74 Mrd.
c) ca. im Jahr 2027]

3) (Analysis)
Der Kindergarten erhält einen neuen Sandkasten. Die Form kann mit zwei Funktionen f und g beschrieben werden.
f ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Sie geht durch den Punkt P(0|-6,25), hat bei x = -1 eine Nullstelle, bei x = 3 eine Wendestelle und dort die Steigung 3.
a) Zeige, dass $f(x) = \frac{1}{4}(-x^3 + 9x^2 - 15x - 25)$ gilt.
b) Für g gilt: g(x) = -3·f(x)
Untersuche beide Funktionen auf Nullstellen, lokale Extremstellen und Wendestellen!
c) Die Sandkastenoberfläche entspricht der von beiden Funktionen eingeschlossenen Fläche. Welche Spielfläche steht den Kindern zur Verfügung? (Maße in dm)

d) Der Sandkasten wird durchschnittlich mit 20 cm Sand gefüllt. Wie viel m^3 werden benötigt?
[c) 108 dm^2]

4) (Kosten und Preistheorie)
Für einen Monopolbetrieb (Möbel für Kindergärten) kennt man die Kostenfunktion
$K(x)=3x^2+8x+450$.
Die lineare Nachfragefunktion erreicht den Sättigungspunkt bei 53,5 ME, der Höchstpreis beträgt 214 GE.
Berechnen Sie die Nachfragefunktion.
Wie groß ist der maximale Gewinn?
Bei welcher Menge ist der Erlös maximal? Wie groß sind der Gewinn und der Verkaufspreis bei dieser Menge?
Berechnen Sie die Gewinnschwellen.
[n(x) = -4.x + 214, 14,71 ME / 1065,57 GE , 26,75 ME/ 51,56 GE, 107 GE
2,37 ME bis 27,05 ME]

5) (Trigonometrie)
Das neue Spielgelände des Kindergartens hat die Form eines allgemeinen Vierecks ABCD, wobei $a = 52$ m, $d = 61$ m, $\alpha = 121{,}4°$, $\beta = 96{,}6°$ und $\delta = 42{,}8°$.
a) Berechnen Sie die Seite b!
b) Das Grundstück wird durch einen Zaun von B nach D in zwei Teile geteilt.
Die größeren Kinder erhalten das Grundstück ABD. Wie viel Prozent der Gesamtfläche haben sie?
c) Die Kleinen finden das ungerecht und fordern, dass das Grundstück von A ausgehend geradlinig halbiert wird. In welchem Abstand von D trifft der Zaun auf die Strecke CD?
[**a)** b = 27,73 m **b)** 52,3% **c)** 62,25 m]

6) (Finanzmathematik)
Der Kindergarten soll renoviert und vergrößert werden. Zur Finanzierung nimmt die Gemeinde einen Kredit ($i_2 = 5{,}25\%$) in der Höhe von 300 000 € auf.
Nach zwei Jahren zahlt die Gemeinde 50 000 € zurück und zugleich die erste von 14 vorschüssigen vierteljährigen Raten.
a) Wie hoch sind diese Raten?
b) Wie viele Vollraten müsste die Gemeinde leisten, wenn jede Rate um 5000 € erhöht wird?
[a) 26 693,22 € b) 11 Vollraten]

Alles Gute!