

## Übungsblatt 1

1. Berechne von der Funktion  $f(x) = x^3/4 - 3x^2 + 9x$  alle Nullstellen, die Extremwerte, den Wendepunkt, erstelle den Graphen und berechne die Fläche, die von der Kurve und der x-Achse eingeschlossen wird.  
Von einem Viereck kennt man folgende Größen:  $a=13$ ,  $b=7.98$ ,  $d=7.99$ ,  $\alpha=51.27^\circ$ ,  $\beta=69.98$ 
  - a) Machen Sie eine Skizze
  - b) Ermitteln Sie Fläche und Umfang des Vierecks
  - c) Es soll ein Trapez mit halber Fläche des Vierecks gebildet werden, wobei  $a$ ,  $\alpha$  und  $\beta$  erhalten bleiben.
  
2. Auf dem Dachstein (2996 m Seehöhe) steht ein Turm mit der Höhe  $h$ . Von Schladming (706 m Seehöhe) aus, sieht man unter einem Höhenwinkel von  $\alpha=12,7218^\circ$  die Spitze des Turms, geht man 3 km in Richtung des Berges (ohne Höhenänderung) so sieht man die Turmspitze unter einem Höhenwinkel von  $\beta=17,7288^\circ$ 
  - a) Erstellen Sie eine Skizze und beschriften Sie diese!
  - b) Berechnen Sie die Entfernung Schladming – Turmspitze und die Höhe des Turmes?
  - c) Genau zwischen Schladming und dem Dachstein schwebt ein Ballon, von dem aus die Turmspitze unter einem Tiefenwinkel von  $\delta=1^\circ$  gesehen wird. Berechnen Sie die Höhe des Ballons und erstellen Sie dazu eine Skizze!
  
3. Im Jahr 1999 gab es in einem bestimmten Gebiet  $1250 \text{ m}^3$  Holz — 2003 waren es  $1976 \text{ m}^3$ .
  - a) Berechnen den jährlichen prozentuellen Zuwachs.
  - b) Wie viel Wald wird es 2007 geben, wenn nichts geschlägert wird?
  - c) Wann hat man den Mittelwert der Jahre 2000 und 2010?
  - d) Der Zuwachs erfolgt nun nach
 
$$N(t) = 40 - \frac{19 \cdot (a^x - 0,2)}{a^x - 13} \quad (\text{Jahr 1920 sei Zeitpunkt } t=0)$$

Berechne  $a$ , wenn 1959  $250 \text{ m}^3$  waren!
  
4. Eine quaderförmige Milchpackung der Firma Tetra Pak mit einem Liter Inhalt hat eine Höhe von 20cm. Bestimmen Sie die restlichen Abmessungen in mm durch Rechnung auf Hundertstel genau so, das die Kartonkosten minimal sind!
  
5. Ein Betrieb hat folgende kostenrelevante Daten ermittelt: Fixkosten=100000€, Grenzkosten = - 122€/Stück bei 10 Stück, Stückkosten = 4883€/Stück bei 20 Stück und Gesamtkosten von 99380 bei 10 Stück.
  - a) Stellen Sie die Kostenfunktion auf!
  - b) Ermitteln Sie das Betriebsoptimum und den kostendeckenden Preis!
  - c) Wie lautet die Gewinnfunktion, wenn  $p(x) = -5x + 4000$  ist?
  - d) Ermitteln Sie die Gewinn Grenzen und den maximalen Gewinn!
  - e) Wie lautet der Cournotsche Punkt und hier die Preiselastizität?
  
6. Kurt bekommt von seiner Oma bis er 20 Jahre ist monatlich vorschüssig 100€.
  - a) Im siebten Jahr macht die Oma eine Weltreise und gibt Kurt gleich am Anfang des Jahres das ganze Geld ( $i=3,5\%$ , äquivalenter Betrag) für dieses Jahr.
  - b) Kurt legt das Geld auf ein Sparbuch ( $i=1,8\%$ ). Nach 18 Jahren hebt er alles für einen Autokauf ab. Wie teuer darf das Auto sein?
  - c) Mit 24 Jahren legt er 40 Jahre jeweils halbjährlich 300€ ( $i=4\%$ ) nachschüssig an. Wie hoch ist sein Sparguthaben?
  - d) Wie lange kann er sich mit dem ersparten Geld aus c) monatlich 300€ vorschüssig ausbezahlen lassen? Wie hoch ist die letzte Rate (=Restrate < 300€)?
  - e) Um wie viel erhöht sich seine monatliche Auszahlung von 300€, wenn er in den ersten 5 Jahren sich nichts ausbezahlen lässt? (Beachten Sie: Laufzeit der Vollraten verwenden)



7. Eine Funktion hat in  $E(2/8)$  einen Extremwert. Die zweite Ableitung der Funktion  $f$  lautet:  
 $f''(x) = 3/4x - 3$ . Ermittle die Funktionsgleichung. Diskutiere die Funktion und zeichne ihren Graphen im Intervall  $[-1,5 ; 6,5]$ . Berechne den Inhalt der Fläche, die von den beiden positiven Koordinatenachsen, der Kurve und der Wendetangente begrenzt wird. Berechne das Volumen des Rotationskörpers, das bei Drehung dieser Fläche um die x-Achse entsteht.
8. Die Führungen am Tag der offenen Türe dauern im Mittel 110 Minuten. Diese Führung ist normalverteilt mit einer Normalverteilung von 20 Minuten.
- Welcher Anteil der Führungen dauert länger als 140 Minuten?
  - Welcher Anteil der Führungen dauert zwischen 90 und 120 Minuten?
  - In welchem Bereich liegen 95% aller Führungsdauern?
9. In einer Klasse findet in zwei Tagen ein Vokabeltest statt. Ein Schüler dieser Klasse entschließt sich zu folgender Lernstrategie: „40% aller Vokabeln perfekt zu lernen genügt sicher für eine positive Beurteilung.“ Der Lehrer fragt nun 5 willkürlich herausgegriffene Vokabeln ab.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Schüler mehr als zwei Vokabeln weiß und damit eine positive Beurteilung erhält?
  - Wie viele Vokabeln müsste der Lehrer abfragen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Schüler mindestens eines weiß, 98% übersteigt?
10. In einer Firma werden zwei Artikel erzeugt. Dazu sind jeweils drei Arbeitsgänge notwendig: Zuschneiden, Montage und Lackieren. Bei Artikel A dauert das Zuschneiden und Montieren je 1 Stunde, das Lackieren 1,5 Stunden. Bei Artikel B braucht man 1 Stunde zum Zuschneiden, 2 Stunden zur Montage und 1 Stunde zum Lackieren. Insgesamt stehen pro Woche für das Zuschneiden 90 Stunden, für die Montage 160 Stunden und zum Lackieren 120 Stunden zur Verfügung. Bei Artikel A beträgt der Gewinn 10,- € pro Stück, bei Artikel B 8,- €. Wieviel Stück müssen von jedem Artikel erzeugt werden, damit der Gewinn möglichst groß wird?

## Lösungen

- Lsg:  $g=96,5$ ,  $d=142,26$ ,  $e=12,71$ ,  $f=10,14$ ,  $c=5,42$ ,  $b_1=2,9$ ,  $d_1=3,48$ ,  $c_1=9,83$ ,  $U_1=34,39$ ,  $U_2=29,21$ ,  $A_1=62$ ,  $A_1=31$
- b) 15,022m c) 3100,131m
- a) 12,129% ; b)  $3123m^3$  ; c)  $N(80)=60,1$  ;  $N(90)=59,54 \rightarrow MW=59,8 \rightarrow t=84,09 \rightarrow$  Jahr 2004 ; d)  $a=1,066$
- $a=b=70,71mm$
- a)  $K(x) = 0,05x^3 - 7x^2 + 3x + 100000$  ; b)  $x_{opt} = 129,6ME \rightarrow p=707,21GE$  ; c)  $G(x) = -0,05x^3 + 2x^2 + 3997x - 100000$  ; d)  $G_{max}(177,1) = 392865,7GE$  ;  $x_1 = 25$  ;  $x_2 = 291$  ; e)  $C(177,1ME / 3114,4GE)$  ; 3,5
- a)  $B_1=1181,63€$  b)  $E_2=30338,75€$  c)  $E_3=57579,87€$  d)  $n=301,15Monate$   $R=44,47€$  e)  $E_4=19918$   $R=103,81$
- $f(x)=1/8x^3-3/2x^2+9/2x+4$   $N(-0,7106/0)$   $H(2/8)$   $T(6/4)$   $W(4/6)$   $A=40$   $V=778,396$
- a) 6,68% b) 53,28% c) [70,8min ; 149,2min]
- a) 0,31744 b) ab 8
- A : 60 Stück, B : 30 Stück

