

# Wiederholung Finanzmathematik

- 1) Eine Firma kauft eine neue Produktionshalle im Wert von 3 Mio. Euro. Sie hat dafür schon in den letzten 2 Jahren jeweils am Monatsende 50.000 € auf ein Sparbuch mit 4,5% Zinsen eingezahlt. Der Rest wird mit Hilfe eines Kredites finanziert. Die Firma zahlt dafür ein Jahr nach dem Kauf 750.000 € zurück und dann jeweils am Quartalsende 5 Jahre lang einen bestimmten Betrag.

Wie groß müssen die Beträge sein, damit der Kredit dann zurückgezahlt ist, wenn die Kreditzinsen 6% betragen?

[64.025,20 € pro Quartal]

- 2) Ein Landwirt zahlt vom 1.1.1997 bis 1.7.2003 halbjährlich € 1 000,- an ein Bankinstitut, das mit  $i = 4\%$  verzinst. Für einen Landkauf benötigt er am 1.7.2005 den Betrag von € 35 000. Die Bank garantiert einen Kredit in der Höhe von  $\frac{2}{3}$  des angesparten Betrages (gerundet auf die nächsten 100 €) und nimmt 6% Jahreszinsen. Den fehlenden Betrag (ebenso gerundet) muss er bei privaten Geldgebern, die 6,5% bei halbjährlicher Kapitalisierung verlangen, aufnehmen.

- a) Wie groß ist der Bank- bzw. Privatkredit?  
b) Wie groß sind die 10 halbjährlichen Rückzahlungsraten des Privatkredits, wenn am 1.10.2005 mit der Rückzahlung begonnen wird?  
c) Wann muss er die letzte von gleichen Semesterraten zu € 1 800,- an das Bankinstitut einzahlen, wenn er mit den Zahlungen am 1.7.2007 beginnt und die Schlussrate mit der letzten Vollrate begleicht?

[Lösung: a) Bankkredit: € 11 600,- Privatkredit: € 6200,- b) € 835,72 €]

- 3) Ein(e) Maturant(in) einer HAK träumt nach Absolvierung ihrer/seiner 13jährigen Schulkarriere von einem großen, neuen Auto. Das Geld für eine Barzahlung ist nicht vorhanden. So muss sie/er sich entweder für einen Bankkredit oder einem Leasingvertrag entscheiden.

## **Kreditvorschlag:**

Bei einer nachschüssigen monatlichen Rate von 350 €, bei einer Laufzeit von 5 Jahren und einem Semesterzinssatz von  $i_2 = 6,15\%$  wäre dieses Auto dann abbezahlt, wenn die Zahlungen sofort beginnen.

## **Leasingvorschlag:**

Bei einer sofortigen Anzahlung von 5 000 €, 36 nachschüssigen, sofort beginnenden Raten in der Höhe von 550 € und einer Restzahlung von 2 000 € am Ende des dritten Jahres bei einem Zinssatz von  $i = 10\%$  geht das Auto in das Eigentum des Kunden über.

Welches Angebot sollte die/der Maturant(in) annehmen (davon abgesehen, dass das Auto viel zu teuer ist!)?

[Lösung: Kredit: 15 735,63 €

Leasing: 23 655,18 €]

- 4) Ein Vater beschließt im Sommer 2000, dass er für jede seiner drei Töchter ein Sparbuch eröffnet und von nun 10 Jahre lang an jedem 1. Jänner € 1 000,- auf jedes Sparbuch einzuzahlen. Mit der Bank hat er einen Zinssatz von 4% p.a. ausgehandelt.
- a) Die erste Tochter hebt ab dem Jahr 2005 jeweils zu Jahresbeginn 500 Euro ab und lässt den Rest liegen.  
Wie viel Geld hat sie Ende 2015 angespart?
- b) Die zweite Tochter behebt beginnend 2001 jeden 1. Jänner und jeden 1. Juli 500 Euro. Ende 2010 wird das auf dem Sparbuch verbliebene Geld auf ihr Konto überwiesen. Berechne die Höhe der Überweisung.
- c) Die dritte Tochter behebt von Beginn der Einzahlung an jeweils zu Monatsende € 100,-. Wie viele Vollraten kann sie beheben und an welchem Tag (Datum!) bekommt sie die letzte Vollrate?  
[Lösung: a) € 8178,65,-    b) 121,23 €    c) 98 Vollraten, 28.2.2009 ]
- 5) Statt einer 10 Jahre dauernden nachschüssigen Jahresrente zu € 1 000,- möchte jemand in eineinhalb Jahren eine Einmalzahlung von € 2 000,- und außerdem eine erstmals nach zwei Jahren zahlbare, sechs Jahre dauernde Jahresrente ( $i_2 = 7\%$ ).
- a) Wie groß ist die neue Rentenhöhe?
- Nach zweijähriger Laufzeit soll die Jahresrente in eine Halbjahresrente zu € 500,- vorschüssig umgewandelt werden.
- b) Wie lang dauert die Halbjahresrente?
- c) Wie hoch ist die Restzahlung mit der letzten Vollrate?
- 6) Eine Gemeinde will ein Bauvorhaben durch jährliche nachschüssige Zahlungen, die 50 Jahre gezahlt werden sollen, finanzieren. Als Anzahlung müssen sofort 10% des Gesamtbetrages geleistet werden, mit den 50 Ratenzahlungen soll nach 2 Jahren begonnen werden. Berechne, wie hoch die einzelnen Zahlungen bei  $i = 4\%$  sind, wenn mit Gesamtkosten von € 400 000,- für die Errichtung des Bauvorhabens gerechnet werden muss.  
[ $R = 18.125.53 \text{ €}$ ]
- 7) Gegeben ist eine in den Jahren 2005 bis 2018 nachschüssig zahlbare Rente mit der Jahresrate € 24.000,- und  $i = 7\%$  p.a..
- a) Berechne Bar- und Endwert der Rente!
- b) Mit welcher einmaligen Zahlung könnte die gesamte Rente am 1. Jänner 2010 äquivalent ersetzt werden?
- c) Die Rente soll äquivalent umgewandelt werden in eine zehnmalige Rente, deren erste Jahresrate am 1.1.2007 fällig ist. Wie hoch ist die Jahresrate?
- d) Die Rente soll äquivalent ersetzt werden durch eine Rente mit der Jahresrate 36.000 €, deren erste Rate am 1.1.2008 fällig ist. Wie oft kann die volle Rate bezogen werden?  
Wie hoch ist die Restrate, wenn diese mit der letzten Vollrate behoben wird?
- e) Bei welchem Jahreszins hat die Rente am 1.1.2020 den Wert von 1 Mio. €?  
[a) 209.891,28 €    541.210,29 €    b) 294.383,01 €    c) 31.975,65 €  
d) 9 volle Raten, 10.581,71 Restrate    e)  $i = 0,10969$ ]