

-

1. Schularbeit aus

Mathematik und Angewandte Mathematik

Dienstag, 12. Juni 2018

6A- HAKB

NAME:

Punkte: von 40

Note:

Unterschrift:

Notenschlüssel

Sehr Gut	Gut	Befriedigend	Genügend	Nicht Genügend
40	35	30	25	19
36	31	26	20	0

- 1 Ein Betrieb erzeugt Halterungen für Glasfassaden. Die monatlichen Produktionskosten für die Herstellung der Halterungen bis zu einer Grenze von $x = 2\,000$ Stück können durch folgende Funktion K beschrieben werden:

$$K(x) = \frac{1}{100000} x^3 - \frac{1}{40} x^2 + 24x + 3500$$

x...Stückzahl mit $0 \leq x \leq 2000$

$K(x)$... Produktionskosten in € für x Stück

a)

- Berechne, wie viele Halterungen mit einem Budget von 20.000€ produziert werden können!

b)

- Wie lautet die zweite Ableitung der Funktion $K(x)$?
- Zeige nachweislich, dass im Intervall $[0;2000]$ eine Kostenkehre auftritt!
- Wie hoch sind die Grenzkosten an der Kostenkehre?
- Erkläre den Begriff Grenzkosten im Sachzusammenhang!
- Warum kann ganz allgemein gesagt werden, dass überall sonst im Intervall $[0;2000]$ die Grenzkosten höher als an der Stelle der Kostenkehre sind? Erläutere mit Worten!

- c) Der Betrieb möchte die Produktionskosten pro Stück möglichst gering halten. Für die Berechnung des Betriebsoptimums wurden folgende Rechenschritte gemacht:

$$\bar{K}(x) = \frac{1}{100000} x^2 - \frac{1}{40} x + 24 + \frac{3500}{x}$$

$$\bar{K}'(x) = \frac{2}{100000} x - \frac{1}{40} - \frac{3500}{x^2} = 0$$

...
...

- Was bedeutet in diesem konkreten Fall der Ausdruck $\bar{K}(x)$?
- Erkläre aus Sicht der Mathematik was mit der Zahl „24“ von der ersten auf die zweite Zeile passiert ist!
- Begründe mit Worten, warum in der 2. Zeile der Ausdruck Null gesetzt wird!
- Bestimme das Betriebsoptimum!
- Wie hoch ist der günstigste Stückpreis, der erreicht werden kann?

- d) Die Preisfunktion wird im weiteren Verlauf (vereinfacht) mit $p(x) = 30 - 0,012x$ angenommen.

- Bestimme den Break-Even-Point!
- Wie hoch ist der Preis bei dieser Menge?

2 Ein Golfball wird auf der Driving Ranch abgeschlagen. Durch den Spin kommt es dabei nicht zur „typischen“ Flugparabel, sondern der Ball hat eine andere Flugbahn.

a) Es soll eine Funktion $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ aufgestellt werden, mit der die Flugbahn des Golfballes beschrieben werden kann.

x... horizontale Distanz vom Abschlag (in Meter)
 h(x)Höhe des Flugballes in Abhängigkeit von x (in Meter)

Dabei sind folgende Daten bekannt:

Abschlag im Punkt (0|0); nach 60 Meter befindet sich der Ball in 11 Meter Höhe; nach 120 Meter erreicht der Ball in einer Höhe von 16 Meter den höchsten Punkt.

- Stelle die Bestimmungsgleichungen zur Bestimmung der Funktion h(x) auf!
- Bestimme die Funktion h(x)!

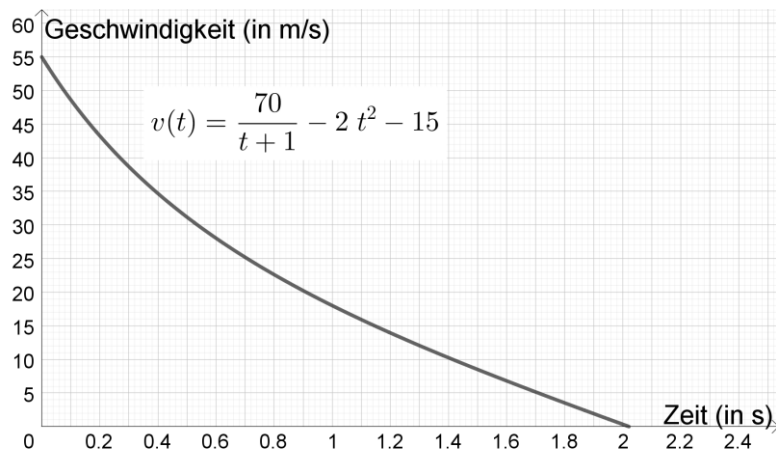
b) Eine andere Flugbahn kann mit der folgenden Funktion beschrieben werden.

$$f(x) = -\frac{1}{125000}x^3 + \frac{x}{4}$$

x... horizontale Distanz vom Abschlag (in Meter)
 f(x)Höhe des Flugballes in Abhängigkeit von x (in Meter)

- Zeige nachweislich, dass im Abschlagpunkt (0|0) die Krümmung 0 ist!
- Würde ein 10 Meter hoher Zaun in 150 Meter Entfernung reichen, damit die Ball gestoppt wird? Begründe mithilfe einer Rechnung!
- Wie weit wurde der Ball geschlagen? (Wann kommt der Ball zum ersten Mal wieder auf dem Boden auf?)
- Erkläre mit Hilfe der Differentialrechnung in Worten (!) ausführlich, wie die maximale Flughöhe berechnet werden kann!
- Unter welchem Winkel wird der Ball abgeschlagen?

c) Die Ballgeschwindigkeit kann durch folgendes Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm bzw. der Funktion v(t) dargestellt werden:



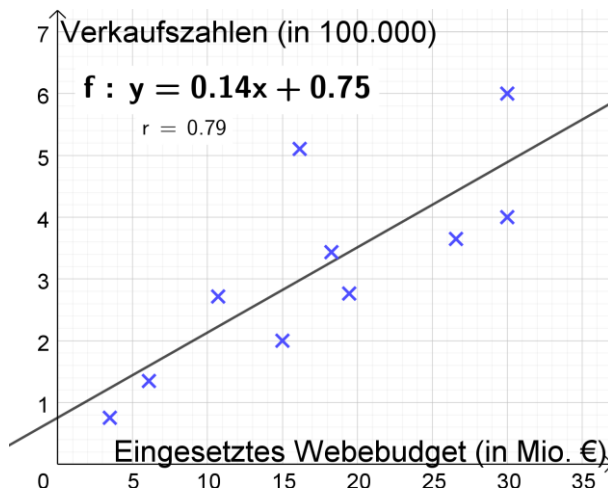
- Mithilfe der ersten Ableitung der Geschwindigkeit v'(t) nach der Zeit wird die Beschleunigung a(t) berechnet. Kreuze die richtige Ableitung v'(t)=a(t) an!

$v'(t) = \frac{70}{t} - t^2$	$v'(t) = -\frac{70}{(t+1)^2} - 4t$	$v'(t) = 70 - 4t$	$v'(t) = \frac{70}{t+1} - 4t$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Bestimme die Beschleunigung v'(t) = a(t) nach einer Zeit von 1 Sekunden in m/s² (!)
- Was wird mit folgendem Ausdruck im Kontext berechnet? Erkläre mit Worten!

$$\frac{v(1) - v(0)}{1}$$

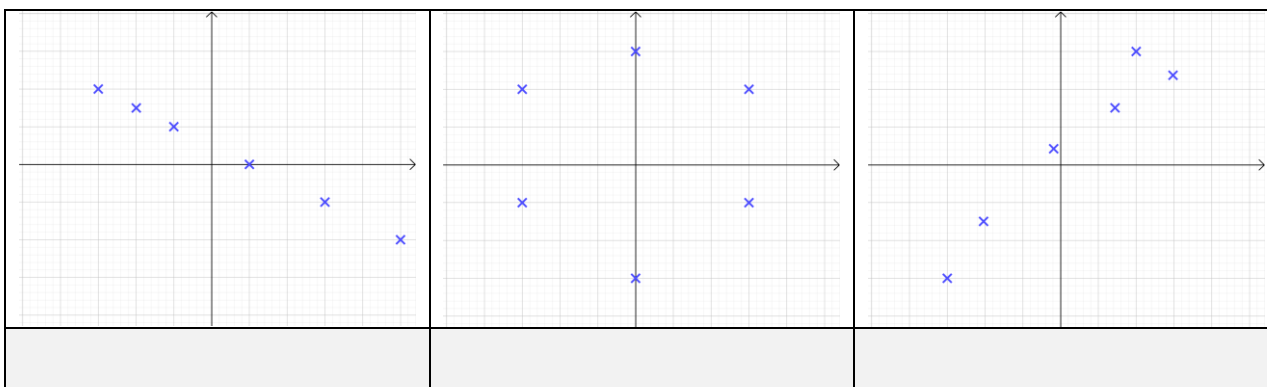
3 Aus den Unterlagen verschiedener Sportartikel-Hersteller sind folgende Daten hervorgegangen, die den Zusammenhang zwischen eingesetztem Werbebudget (in Mio. €) und Verkaufszahlen (in 100.000) beschreiben.



- a)
- Interpretiere den Wert 0,14 und 0,75 (in der Regressionsgeraden) im Sachzusammenhang!
 - Nimm aus Sicht der Mathematik (Regressionsrechnung) Stellung zu folgender Aussage:

Je höher das eingesetzte Werbebudget, desto höher die Verkaufszahlen. Man kann davon ausgehen, dass ein doppelt so hohes Werbebudget, auch zu doppelt so hohe Verkaufszahlen bedeutet!

- b) Folgende Punktwolken sind gegeben. Schätze den Korrelationskoeffizienten



- c) Der Zusammenhang zwischen Umsatz und Gewinn ist in folgender Tabelle aufgeführt (siehe auch Excel-Datei)

Umsatz (in Mio. €)	1,5	2,3	2,4	4,9	9,5	11,5	18
Gewinn (in Mio. €)	0,8	1,5	1,6	3,7	4,6	10,3	13,1

- Stelle die Daten in einem ordentlichen, beschrifteten Diagramm dar!
- Erstelle eine lineare Trendlinie und berechne den Korrelationskoeffizienten!
- Berechne mithilfe des linearen Trends den Gewinn für einen Umsatz von 24,5 Mio. €!